**Université Abdelmalek Essaâdi** **Année universitaire : 2014/2015**

**ENSA de Tétouan** **1ère année de cycle ingénieur**

## T.D. de Probabilités et Statistiques

## Série n°2

**Exercice 1 :**

Soit $(X,Y)$ un couple aléatoire discret dont la loi est donnée par le tableau suivant :

| $Y \backslash X$ | −1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| −2 | 1/6 | 1/12 | 1/6 |
| 1 | 1/6 | 1/12 | 1/6 |
| 2 | 1/12 | 0 | 1/12 |

Trouver la loi conjointe du couple $(U,V)$ où $U=|X|$ et $V=Y^2$.

**Exercice 2:**

Une variable aléatoire continue $X$ a pour densité de probabilité : $f(x)=2x$ pour $x \in [0,1]$ et $f(x)=0$ en dehors de cet intervalle. Trouver l'espérance mathématique et la variance de la variable aléatoire $Y=X^2$.

**Exercice 3:**

Une variable aléatoire continue $X$ a pour densité de probabilité la fonction $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ pour $x>0$ ($\lambda>0$). Calculer l'espérance mathématique et la variance de la variable aléatoire $Y=e^{-X}$.

**Exercice 4:**

Une variable aléatoire continue $X$ a pour densité de probabilité la fonction $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ pour $x>0$. Etablir dans quelles conditions existent l'espérance mathématique et la variance de la variable aléatoire $Y=e^{X}$ et quelle est leur valeur ?

**Exercice 5:**

Une variable aléatoire continue $X$ a pour densité de probabilité la fonction .

$$f(x)=\frac{\cos x}{2};\ \text{pour}\ x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$$

1°)Trouver l'espérance mathématique et la variance de la variable aléatoire $Y=\sin X$.

2°)Calculer l'espérance mathématique et la variance de la variable aléatoire $Y=|\sin X|$.

**Exercice 6:**

1°) La densité d'une variable aléatoire continue $X$ est $f(x)$. On considère la fonction $Y=\min\{X,a\}$, où $a$ est non aléatoire. Trouver l'espérance mathématique et la variance de la variable aléatoire $Y$ sans calculer sa fonction de répartition.

2°) Même question que la précédente, mais $X$ est une variable aléatoire discrète qui prend des valeurs entières positives à probabilités données par le tableau suivant :

| xi | 1 | 2 | … | k | … | n |
|---|---|---|---|---|---|---|
| pi | $p_1$ | $p_2$ | … | $p_k$ | … | $p_n$ |

$Y=\min\{X,a\}$, où $a$ est un nombre entier positif on aléatoire compris entre 1 et n ($1<a<n$).

**Exercice 7:**

Soit une variable aléatoire continue $X$ de densité $f(x)$. Trouver l'espérance mathématique et la variance de la variable $Y=|X|$.

**Exercice 8:**

1)Soit $X$ une v.a. telle que $E(X)=\mu$ et $Var(X)=\sigma^2$ existent. Monter que pour tout $\varepsilon$ réel ($\varepsilon>0$) on a :

$P(|X-\mu|\geq\varepsilon)\leq\dfrac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$ (Inégalité de Bienaymé-Tchebychev)

2) Soient X et Y deux v.a. Montrer que $|E(XY)|\leq\sqrt{E(X^2)E(Y^2)}$ (Inégalité de Schwartz) .

**Exercice 9:**

1)Soient $X_1$ et $X_2$ deux v.a. indépendantes qui suivent respectivement des lois binomiales $B(n_1,p)$ et $B(n_2,p)$. Monter que leur somme $X_1+X_2$ suit une binomiale $B(n_1+n_2,p)$.

2)Soeint $X$ et $Y$ deux v.a. indépendantes suivant toutes les deux une loi de Poisson de paramètre $\lambda$. Montrer que la v.a. $Z=X+Y$ suit aussi une loi de Poisson de paramètre $2\lambda$.

**Exercice 10:**

Former la fonction génératrice des moments $M(t)=E(e^{tX})$ et en déduire l'espérance et la variance de la v.a. $X$ quand celle-ci suit :

1) une loi binomiale $B(n,p)$.

2) une loi de Poisson de paramètre $\lambda$.

3) une loi géométrique de paramètre $p$.

**Exercice 11:**

Donner la fonction génératrice des moments $M(t)=E(e^{tX})$ de la v.a. $X$ quand celle-ci suit :

1) une loi uniforme continue sur un intervalle $[a,b]$.

2) une loi normale centrée réduite $N(0,1)$.

3) une loi normale $N(\mu, \sigma)$.

**Exercice 12:**

Soient $X_1$ et $X_2$ deux v.a. indépendantes suivant des lois normales $N(\mu_1,\sigma_1)$ et $N(\mu_2,\sigma_2)$ respectivement. Montrer que la v.a. $X_1+X_2$ suit alors une loi normale $N\left(\mu_1+\mu_2,\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}\right)$.

**Université Abdelmalek Essaâdi**
**ENSA de Tétouan**

**Année universitaire : 2014/2015**
**1ère année de cycle ingénieur**

**<u>T.D. de Probabilités et Statistiques</u>**

**<u>Série n°2</u>**

**Corrigés**

Ce sont des exercices posés dans la série n°3 et n°4 de l'année dernière. Donc, vous pouvez trouver les corrigés dans les documents de l'année passée.
Je vous informe que :

- L'exercice 1 de cette série est le même que l'exercice 1 de la série n°3 de l'année dernière.
- L'exercice 2 de cette série est le même que l'exercice 7 de la série n° 3 de l'année dernière
- L'exercice 3 de cette série est le même que l'exercice 8 de la série n° 3 de l'année dernière
- L'exercice 4 de cette série est le même que l'exercice 9 de la série n° 3 de l'année dernière
- L'exercice 5 de cette série est le même que l'exercice 10 de la série n° 3 de l'année dernière
- L'exercice 6 de cette série est le même que l'exercice 11 de la série n° 3 de l'année dernière
- L'exercice 7 de cette série est le même que l'exercice 12 de la série n° 3 de l'année dernière
- L'exercice 8 de cette série est le même que l'exercice 1 de la série n° 4 de l'année dernière
- L'exercice 9 de cette série est le même que l'exercice 2 de la série n° 4 de l'année dernière
- L'exercice 10 de cette série est le même que l'exercice 3 de la série n° 4 de l'année dernière
- L'exercice 11 de cette série est le même que l'exercice 4 de la série n° 4 de l'année dernière
- L'exercice 12 de cette série est le même que l'exercice 5 de la série n° 4 de l'année dernière