

T.D. de Probabilités et Statistiques

Série n°4

Exercice 1 :

Dans une urne contenant 20 boules blanches et 30 boules noires, on prélève 7 boules au hasard et sans remise. Dans une seconde urne contenant 100 boules blanches et 150 boules noires, on prélève également 7 boules au hasard et sans remise.

Quelle est la probabilité qu'il y ait plus de boules blanches que de boules noires pour l'ensemble des 14 boules prélevées ?

Exercice 2:

Un lot important de pièces fabriquées contient 1% de pièces défectueuses. Quelle est la probabilité d'avoir dans un échantillon de 10 pièces exactement 2 pièces défectueuses en utilisant :

1°) la loi binomiale ;

2°) l'approximation par la loi de Poisson

Exercice 3:

On suppose que la probabilité qu'un étudiant réussisse un examen est de 0,8.

1°) Quelle est la probabilité qu'au moins 75 étudiants parmi 100 étudiants réussissent l'examen ?

2°) Déterminer le nombre d'étudiants pour lesquels la probabilité pour qu'au moins 100 réussissent est égale à 0,99.

Exercice 4:

Soit X_n une v.a. qui désigne le nombre de succès obtenus lors de n prélèvements dans une population finie de taille N et dont la proportion de succès est p .

Désignons par $f_n = \frac{X_n}{n}$ la fréquence relative (pourcentage) des succès.

Montrer que la fréquence relative f_n converge en probabilité vers p dans les deux cas suivants :

1°) Cas des prélèvements avec remise

2°) Cas des prélèvements sans remise

Exercice 5:

Une caisse d'assurance maladie reçoit 120 personnes pour l'obtention de remboursements. On admet que la caisse doit payer, en moyenne, à chaque personne 1000DH avec un écart type de 600DH.

La caisse dispose de 130000DH ; calculer la probabilité que cette somme soit suffisante.

Exercice 6:

Démontrer, en utilisant le théorème limite central que :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \exp(-n) \sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!} = \frac{1}{2}$$

Exercice 7:

Combien de fois devrait-on lancer un dé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6, pour que la moyenne du nombre de présentations d'une face de numéro impair ne diffère pas de 0,5 de plus de 0,01, et ce avec une probabilité au moins égale à 0,95 ?