

**Contrôle Écrit de Méthodes de Prévision**  
**Durée : 2 heures**

**Exercice n°1 :**

Soit le modèle  $Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t - \epsilon_{t-1}$

1°) Exprimer ce modèle comme un modèle AR( ) en donnant les expressions de ses coefficients (  $\alpha_i$  ) en fonction de  $\epsilon_t$

2°) Montrer que si le modèle est inversible, alors quelque soit  $\epsilon_t$ , on a  $\sum_{i=0}^{\infty} \pi_i = 1$

**Exercice n°2 :**

Soit le modèle AR(2) suivant :

$$Y_t = 0.7Y_{t-1} + 0.2Y_{t-2} + \epsilon_t$$

On sait que  $\epsilon_t^2 = 3$

1°) Ce modèle est-il stationnaire ?

2°) Est-il inversible ?

3°) Calculer ses cinq premières auto-covariances.

4°) Calculer ses cinq premières auto-corrélations.

5°) Calculer les coefficients  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_5$  du modèle MA( ) correspondants au modèle AR(2).

**Exercice n°3 :**

Soit le modèle MA(2):

$$Y_t = \epsilon_t - \alpha_1 \epsilon_{t-1} - \alpha_2 \epsilon_{t-2}$$

1°) Retrouver, pour différentes valeurs de  $\alpha_1, \alpha_2$ , les valeurs des auto-covariances et des auto-corrélations de ce modèle.

2°) Montrer par la méthode de décomposition des fractions et sous la condition d'inversibilité que l'on peut passer d'un MA(2) à un AR( ).

3°) On donne pour ce modèle  $\alpha_1 = 0,6$  et  $\alpha_2 = 0,3$  les racines de l'équation caractéristique

$$\lambda^2 - \alpha_1 \lambda - \alpha_2 = 0. \text{ Peut-on déterminer les valeurs de } \alpha_1 \text{ et } \alpha_2?$$

Bonne chance !