Université Abdelamalek Essaâdi
Faculté des Sciences de Tétouan
Département de Mathématiques

Année Universitaire : 2017/2018
S.M.A. Semestre 6
T.D. de Probabilités 2

Série n°2

Exercice 1:

Une urne A contient 2 boules blanches et 3 noires, une autre urne B contient 4 boules blanches et 3 noires ; on tire au hasard une boule de l'urne A et sans la voir on la met dans B ; puis, on tire une boule de B et elle est noire.
Quelle est la probabilité que la boule passée de A en B était blanche ?

Exercice 2:

Sur (Ω, ß, P) un espace probabilisé, on définit la variable aléatoire $\mathbf{1_A}$ indicatrice d'un évènement AЄß, par $\mathbf{1}_A(\omega)=\begin{cases}1 & si\ \omega\in A\\ 0 & si\ \omega\notin A\end{cases}$

Donner la fonction de répartition de l'indicatrice $\mathbf{1_A}$ d'un évènement A dont la probabilité est égale à p.

Exercice 3:

Supposons que la variable aléatoire X représente le point donné par un dé.
Quelle est la loi de probabilité et la fonction de répartition de la variable $Y=2+X^2$.

Exercice 4:

Soient a et b deux nombres réels. Soit X une variable aléatoire sur (Ω, ß), de fonction de répartition F. Montrer que $Y=aX+b$ est bien une variable aléatoire sur (Ω, ß). Déterminer la fonction de répartition de la v. a. $Y=aX+b$. [Discuter suivant les valeurs du réel a].

Exercice 5:

On veut montrer qu'une variable aléatoire qui suit une loi géométrique n'a pas de mémoire. Pour cela, on considère une v.a. X qui suit une loi géométrique de paramètre p avec $0<p<1$, alors, montrer que pour tout $k_0\geq 0$ et $k>1$: $P\left(X\geq k_0+k\,/\,x>k_0\right)=P\left(X\geq k\right)$.

Exercice 6:

Soit X une v.a. discrète qui prend les valeurs $x_1, x_2, \ldots, x_n$ avec les probabilités respectives $p_1, p_2, \ldots, p_n$; et soit un nombre a tel que $x_1 \leq a \leq x_n$. On considère la v.a. $Z=\min(X, a)$ représentant le nombre minimal entre les valeurs de la v.a. X et du nombre a.
Trouver la répartition de la v.a . Z.

Exercice 7:

Soit X une v.a. qui suit la loi de poisson de paramètre $\lambda>0$ et Y une v.a ; prenant ses valeurs dans $\mathbb{N}$. On suppose que pout n entier naturel, $\{Y/\ X=n\} \sim B(n,p)$.
Déterminer la loi de Y.

Exercice 8:

Soit X une v.a. telle que X(Ω)=$\mathbb{N}$, de loi de probabilité vérifiant pour tout n Є $\mathbb{N}^*$

$$P(X=n)=\frac{4}{n}P(x=n-1)\ ;$$

Déterminer la loi de Y.