

Probabilité, S.M.A. 5₃

T.D. Série n°1

- ① On admet qu'un chasseur tue un renard d'un coup de fusil une fois sur quatre. Trois chasseurs tirent en même temps sur le renard. Calculer la probabilité que le renard soit tué.
- ② Soient (Ω, \mathcal{A}, P) un espace probabilisé et A, B et C des éléments de \mathcal{A} . On considère les ensembles $E_1 = A \cap (\bar{B} \cap \bar{C})$ et $E_2 = A \cap (B \cup C)$
- 1) Montrer que E_1 et E_2 sont des événements incompatibles.
 - 2) Déterminer $E_1 \cup E_2$
 - 3) On suppose que $P(A) = 0,7$; $P(A \cap B) = 0,3$; $P(A \cap C) = 0,2$ et $P(A \cap B \cap C) = 0,1$
Calculer $P(E_1)$ et $P(E_2)$
- ③ A, B et C étant des éléments de $\mathcal{P}(\Omega)$, exprimer les événements suivants:
- 1) Un seul de ces trois événements se produit.
 - 2) A, B et C se produisent simultanément.
 - 3) Seul B se produit.
 - 4) Au moins un de ces trois événements se produit.
 - 5) Aucun de ces événements ne se produit.
- ④ Combien de fois faut-il lancer un dé régulier pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois l'as soit supérieure à 90%.
- ⑤ On lance un dé jusqu'à l'obtention d'un 6 et on considère l'éventualité ω_j "le premier 6 apparaît au $j^{\text{ème}}$ lancer". les lancers successifs sont indépendants
- 1) Calculer $P(\omega_j)$, $j \in \mathbb{N}^*$
 - 2) Vérifier que $\sum_{j \in \mathbb{N}^*} P(\omega_j) = 1$
 - 3) Calculer $P(A)$ où A désigne l'événement A "le premier 6 apparaît après un nombre pair de lancers.
 - 4) Soit B "le premier 6 apparaît après la $k^{\text{ème}}$ lancer"
Calculer $P(B)$ puis $P(\omega_j / B)$; $j \in \mathbb{N}^*$

⑥ Dans un labyrinthe en forme de T, un cobaye peut tourner à gauche et obtenir de la nourriture ou tourner à droite et recevoir une légère décharge électrique. On admet qu'au 1^{er} essai, le cobaye a la même probabilité d'aller à droite ou à gauche. Quand le cobaye vient de recevoir de la nourriture, on admet qu'à l'essai suivant, il tourne à gauche avec une probabilité de 0,7 (et à droite avec une prob de 0,3).

En revanche, quand le cobaye vient de recevoir une décharge électrique, on admet qu'à l'essai suivant, il tourne à gauche avec une probabilité de 0,9 (et à droite avec une prob de 0,1).

- 1) Avec quelle probabilité P_1 le cobaye tourne-t-il à gauche au second essai?
- 2) Sachant que le cobaye tourne à gauche au second essai, quelle est la probabilité P_2 pour qu'il ait tourné à droite au 1^{er} essai?
- 3) Avec quelle probabilité P_3 le cobaye tourne-t-il à gauche au 3^{ème} essai? (On admettra que lors de ce troisième essai, le cobaye n'est influencé que par le résultat du 2^{ème} essai).