

**EX 1** Soit  $X$  une v.a. de densité

$$f(x) = \begin{cases} a/x^3 & 1.500 < X < 2.500 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Evaluer la constante  $a$ . Trouver la fonction de répartition de  $X$ .  
Calculer  $EX$  et  $\text{var } X$ .

**EX. 2.** Soit la fonction

$$f(x) = \begin{cases} k(3-x) & \text{si } 0 < x < 3 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Déterminer  $k$  pour que  $f(x)$  soit une densité de probabilité. Calculer l'espérance et la variance d'une variable aléatoire possédant cette fonction comme densité de probabilité.

**EX. 3.** Soit  $X$  une v.a. continue et  $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$

Montrer que  $f(x)$  est une densité de probabilité pour  $X$ . Calculer  $P[X < 1/2]$  et  $P[X < 1/2 \mid 1/3 < X < 2/3]$ .

Trouver la fonction de répartition de  $X$ . Calculer  $EX$  et  $\text{var } X$ .

**EX. 4** Une urne contient deux dés. Un dé  $D_1$  équilibré. L'autre dé  $D_2$  donne la face 6 avec une probabilité de 0.5 et les autres faces avec la même probabilité. On note l'événement  $F_i = \text{"obtenir la face } i\text{"}$  pour  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

1) Pour le dé  $D_2$  donner la probabilité d'obtenir chacune des faces  $F_i$  pour  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

On tire au hasard un dé de l'urne et on le lance

2) Quelle est la probabilité d'obtenir la face 1:  $P(F_1) = ?$

3) Quelle est la probabilité d'obtenir la face 6:  $P(F_6) = ?$

4) Si on obtient la face 6, quelle est la probabilité que le dé tiré soit  $D_2$  ?

5) Si on obtient la face 1, quelle est la probabilité que le dé tiré soit  $D_1$  ?

**EX. 5** Deux usines  $A$  et  $B$  fabriquent des ampoules électriques avec un taux d'ampoules défectueuses de 5% pour  $A$  et de 10% pour  $B$ . Un commerçant effectue ses commandes d'ampoules au niveau de 40% au près de  $A$  et de 60% au près de  $B$ . On choisit au hasard une ampoule électrique chez le commerçant.

1) Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse?

2) Si cette ampoule est défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle provienne de  $A$  ?

page 1/2

**EX. 6**

Un mathématicien distrait a toujours une boîte d'allumettes dans sa poche droite et une dans sa poche gauche. Lorsqu'il désire une allumette, il choisit une poche au hasard. Chaque boîte contient initialement  $N$  allumettes. Quelle est la probabilité que lorsque le mathématicien découvre pour la première fois qu'une boîte est vide, l'autre contienne exactement  $r$  allumettes ? ("Problème de la boîte d'allumettes de Banach").

**EX. 7**

Soit  $X$  une variable aléatoire de paramètre  $\lambda > 0$ .

(Rappel : La densité de  $X$  est  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \cdot \mathbb{1}_{[0, +\infty[}(x)$ )

a) Déterminer la fonction de répartition  $F$  de  $X$ .

b) Montrer que  $P(X > s+t | X > t) = P(X > s), \forall s, t \geq 0$ .

**EX. 8**

Le poids, en kg, des individus d'une population suit une loi normale  $N(65 \text{ kg}; 36 (\text{kg})^2)$ .

a) Donner la probabilité qu'un individu de cette population pèse plus de 68 kg.

b) De cette population, on choisit au hasard 4 personnes.

quelle est la probabilité que parmi ces 4 personnes il y a au moins 2 personnes qui ont un poids supérieur à 68 kg.

2/2