

Contrôle de quadrupage de Probabilité SMA S₃

① Le salaire (en dhs) des employés d'une entreprise est donné dans le tableau suivant.

Salaire	effectif
[4000; 4500[11
[4500; 5000[25
[5000; 5500[35
[5500; 6000[19
[6000; 6500[7
[6500; 7000[3

- 1) Construire la courbe des fréquences cumulées
- 2) Déterminer la médiane.
- 3) Déterminer le salaire moyen et la variance
- 4) Quel est le pourcentage des employés qui ont un salaire inférieur 5000 dhs

5) Le directeur de l'entreprise veut augmenter les salaires afin d'avoir un salaire moyen de 6000 dhs et un écart type de 657 en note x l'ancien salaire et y le nouveau.
Le directeur utilise la transformation $y = ax + b$, $a > 0$.
Déterminer a et b .

- ② Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- 1) Montrer que f est une densité de probabilité d'une certaine variable X .
 - 2) Déterminer la fonction de répartition de X .
 - 3) Calculer $E(X)$
 - 4) On pose $Y = 2X + 1$. Donner la densité de Y .

③ Une grenouille monte les marches d'un escalier (supposé infini) en partant du sol et sautant

ou bien une seule marche avec probabilité p .

ou bien deux marches avec probabilité $1-p$.

On suppose les sauts indépendants les uns des autres.

i) On observe n sauts de la grenouille et on note X_n le nombre de fois où la grenouille a sauté une marche, et Y_n le nombre de marches franchies.

a) Quelle est la loi de X_n ?

b) Exprimer Y_n en fonction de X_n et donner $E(Y_n)$.

e) Pour $k \geq 1$, on pose p_k la probabilité que la grenouille passe par la marche k .

i) Calculer p_1 et p_2 .

ii) Donner une relation entre p_k et p_{k-1} .

(indication: On note M_k "la grenouille passe sur la Marche k "

et D "la grenouille fait un saut de 2 marches".

Calculer $P(M_{k-1} \cap D)$

Barème: EX1 7 pts

EX2 5 pts

EX3 8 pts