Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences de Tétouan
Département de Mathématiques

Année universitaire : 2019/2020
Master M.A.F.
Semestre 2

T.D. de Méthodes de Monté-Carlo
Série n° 3

Exercice 1 :
On considère X la v.a. discrète de loi de probabilité de loi de probabilité donnée par le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_i	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15

Appliquer la méthode de composition pour simuler X. Donner l'algorithme correspondant.

Exercice 2 :
Soit X la v.a. discrète de loi :

x_i	1	2	3
p_i	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$

Appliquer la méthode des alias de Walker pour simuler à partir de X. En déduire la décomposition et donner la table des alias correspondantes.

Exercice 3 :
Supposons que la distribution conjointe de X et Y est $f(x,y) \propto C_n^x y^{x+\alpha-1}(1-y)^{n-x+\beta-1}$ pour $x = 0, 1, \cdots, n\,;\ 0 \leqslant y \leqslant 1$. Donner l'échantillonnage de Gibbs associé.

Exercice 4 :
Supposons que $f(x,y) \propto xye^{-xy}\mathbb{I}_{[0,B]\times[0,B]}(x,y)$. Donner l'échantillonnage de Gibbs associé.

Exercice 5 :
Supposons que la densité conjointe de (x_1, x_2) est proportionnelle à

$$\pi(x_1,x_2) = \frac{1}{\pi}\exp\left(-x_1(1+x_2^2)\right)$$

1. Estimer la moyenne de x_1 à partir d'un échantillon simulé selon l'échantillonnage de Gibbs.
2. Donner un algorithme de Metropolis-Hastings pour ce problème.

Exercice 6 :
On considère la densité

$$f(x,y) = C\exp\left(-\frac{y^2}{2} - \frac{x^2(1+y+y^2)}{2}\right)$$

1. Donner la loi de X sachant $Y = y$ et la loi de Y sachant $X = x$.
2. En déduire un échantillonneur de Gibbs de loi f.