

# Caractéristiques de dispersion

## Corrigés des exercices

1

### Exercice n°1:

$[e_{i-1}, e_i[$	$n_i$	$f_i$	$f_{i,cc}$	$a_i$	$h_i = n_i/a_i$	$n_{i,cc}$	$c_i$	$n_i c_i$
[25,26[	13	0,13	0,13	1	13	13	25,5	331,5
[26,28[	15	0,15	0,28	2	7,5	28	27	405
[28,30[	21	0,21	0,49	2	10,5	49	29	609
[30,32[	19	0,19	0,68	2	9,5	68	31	589
[32,34[	15	0,15	0,83	2	7,5	83	33	495
[34,35[	10	0,1	0,93	1	10	93	34,5	345
[35,36[	7	0,7	1	1	7	100	35,5	248,5
		$\Sigma=1$						$\Sigma=3023$

2

2. Le nombre des ouvriers qui ont un salaire annuel inférieur à 32000 Dh est:  
 $0,68 \times 100 = 68$  ouvriers

3. Le pourcentage des ouvriers qui gagnent moins que 28350 Dh/an est:

$$[28; 30[ \longrightarrow 0,49$$

$$[28; 28,35[ \longrightarrow x$$

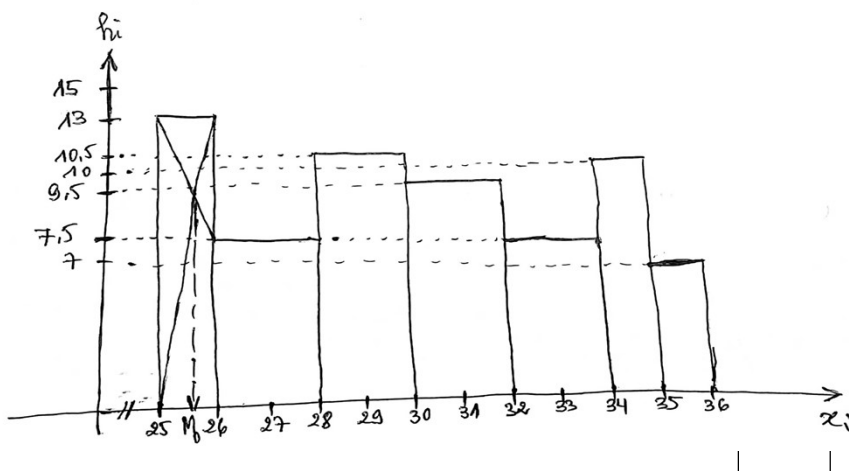
Donc 
$$x = \frac{28,35 \times 0,49}{30} = 0,46305$$

D'où le pourcentage cherché est  $\approx 46,3 \%$

3

#### 4. Le mode graphiquement:

On représente l'histogramme pour les  $h_i$



4

• **Le mode par calcul:**

$$(I) M_o = e_{i-1} + \frac{h_{i+1}}{h_{i-1} + h_{i+1}} a_i$$

$$= 25 + \frac{7,5}{0 + 7,5} \times 1 = 26$$

$$(II) M_o = e_{i-1} + \frac{h_i - h_{i-1}}{(h_i - h_{i+1}) + (h_i - h_{i-1})} \times a_i$$

$$= 25 + \frac{13 - 0}{(13 - 7,5) + (13 - 0)} \times 1 = 25,703$$

5

**5. La médiane:**

$$\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

- La première valeur qui dépasse 50 parmi les  $n_i$ cc est 68

$$\Rightarrow Mé \in [30, 32[ \text{ classe médiane}$$

$$Mé = e_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - n_{i-1}cc}{n_i} \times a_i = 30 + \frac{50 - 49}{19} \times 2 \approx 30,105$$

- 50% des ouvriers touchent moins que 30105 Dh/an et 50% autres touchent plus que 30105 Dh/an.

6

**6. La moyenne:**

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_i n_i c_i = \frac{3023}{100} = 30,23$$

- Le salaire annuel moyen est 30230 Dh/an

$$7. \quad \frac{N}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

$$\Rightarrow Q_1 \in [26, 28[$$

- 28 est la 1<sup>ère</sup> valeur qui dépasse N/4

$$Q_1 = e_{i-1} + \frac{\frac{N}{4} - n_{i-1}cc}{n_i} \times a_i = 26 + \frac{25 - 13}{15} \times 2 = 27,6$$

7

- **Le troisième quartile  $Q_3$**

$$3 \frac{N}{4} = 3 \times 25 = 75$$

83 est la 1<sup>ère</sup> valeur qui dépasse  $\frac{3N}{4}$

$$\Rightarrow Q_3 \in [32, 34[$$

$$Q_3 = e_{i-1} + \frac{\frac{3N}{4} - n_{i-1}cc}{n_i} \times a_i = 32 + \frac{75 - 68}{15} \times 2 = 32,93$$

8

**(8) Variance:**

$c_i^2$	$n_i c_i^2$
650,25	8453,25
729	10935
841	17661
961	18259
1089	16335
1190,25	11902,5
1260,25	8821,75
	$\Sigma=92367,5$

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \overline{X^2} - \bar{X}^2 = \frac{1}{N} \sum_i n_i c_i^2 - \bar{X}^2 \\ &= \frac{1}{100} 92367,5 - (30,23)^2 \\ &= 923,6750 - 913,8529 = 9,8221 \end{aligned}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{9,8221}$$

$$\sigma(X) = 3,134$$

9

**Exercice n°3:**

Distance (en Km)	$f_i$ Tétouan	$f_i$ Tanger	$c_i$
[0,2[	0,057	0,031	1
[2,6[	0,12	0,077	4
[6,10[	0,063	0,068	8
[10,15[	0,081	0,046	12,5
[15,25[	0,11	0,068	20
[25,50[	0,112	0,054	37,5
[50,60[	0,078	0,035	55

10

$f_i c_i$	Tétouan	$f_i c_i$ Tanger
0,057		0,031
0,48		0,308
0,504		0,544
1,0125		0,575
2,2		1,36
4,2		2,025
4,29		1,925
$\Sigma=12,7435$		$\Sigma=6,768$

$c_i^2$	$f_i c_i^2$ Tétouan	$f_i c_i^2$ Tanger
1	0,057	0,031
16	1,92	1,232
64	4,032	4,352
156,25	12,656	7,1875
400	44	27,2
1406,25	157,5	75,9375
3025	235,95	105,875
	$\Sigma=456,115$	$\Sigma=221,815$

11

$$(1) \quad \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_i n_i x_i = \sum_i f_i c_i$$

**Tétouan:**  $\bar{X} = 12,7435$

**Tanger:**  $\bar{X} = 6,768$

$$(2) \quad \text{Var}(X) = \left( \sum_i f_i c_i^2 \right) - \bar{X}^2$$

**Tétouan:**  $\bar{X}^2 = 162,397$

$$\text{Var}(X) = 456,115 - 162,397 = 293,718 \Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{293,718} = 17,138$$

**Tanger:**  $\bar{X}^2 = 45,806$

$$\text{Var}(X) = 176,009 \Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{176,009} = 13,276$$

12

(3)

$$C_V(\text{tét}) = \frac{\sigma}{X} = \frac{17,138}{12,7435} = 1,345$$

$$C_V(\text{Tang}) = \frac{\sigma}{X} = \frac{13,276}{6,786} = 1,960$$

Tanger est plus dispersée que Tétouan

13

### Exercice n°4:

$[e_{i-1}, e_i[$	$c_i$	$n_i$	$n_i c_i$	$c_i^2$	$n_i c_i^2$
[10, 20[	15	5	75	225	1125
[20, 30[	25	10	250	625	6250
[30, 40[	35	13	455	1225	15925
[40, 50[	45	4	180	2025	8100
		32	960		31400

14

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_i n_i c_i = \frac{960}{32} = 30 \Rightarrow \bar{X}^2 = 900$$

$$Var(X) = \left( \frac{1}{N} \sum_i n_i c_i^2 \right) - \bar{X}^2 = 981,25 - 900 = 81,25$$

$$\sigma(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{81,25} = 9,014$$

$$C_V = \frac{\sigma(X)}{\bar{X}} = \frac{9,014}{30} = 0,300$$

15

$[e_{i-1}, e_i[$	$c_i$	$n_i$	$n_i c_i$	$c_i^2$	$n_i c_i^2$
[10, 20[	15	4	60	225	900
[20, 30[	25	12	300	625	7500
[30, 40[	35	14	490	1225	17150
[40, 50[	45	6	270	2025	12150
		36	1120		37700

16



$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_i n_i c_i = \frac{1120}{36} = 31,11 \Rightarrow \bar{Y}^2 = 967,832$$

$$Var(Y) = \left( \frac{1}{N} \sum_i n_i c_i^2 \right) - \bar{Y}^2 = \frac{37700}{36} - 967,832 = 79,39$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{Var(Y)} = \sqrt{79,39} = 8,91$$

$$C_V = \frac{\sigma(Y)}{\bar{Y}} = \frac{8,91}{31,11} = 0,286$$

$C_V(X) > C_V(Y)$  , donc, X est plus dispersée que Y