

Module : Méthodes Quantitatives I  
Élément : Statistique I  
Enseignant : M. El Merouani.

Contrôle continu final (Durée 2 heures)

**Problème 1 :** (6 points)

Les salaires annuels (en 1000 DH) des employés d'une entreprise composée de deux filiales X et Y sont réparties selon le tableau suivant :

Salaires en 1000 DH compris entre	Nombre d'employés de la filiale X	Nombre d'employés de la filiale Y
10 et 20	5	4
20 et 30	10	12
30 et 40	13	14
40 et 50	4	6

- 1) Déterminer le salaire moyen de la filiale X et de la filiale Y.
- 2) Déterminer la variance et l'écart-type des salaires de la filiale X et de la filiale Y.
- 3) Comparer la dispersion des salaires de la filiale X et de la filiale Y.

**Problème 2 :** (14 points)

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 200 exploitations agricoles, dans un certain pays, selon la SAU (surface agricole utilisée) exprimée en hectares :

SAU (en ha)	Fréquences (en %)
de 0 à 10	22
de 10 à 30	28
de 30 à 50	27
de 50 à 100	23

- 1) Déterminer le pourcentage des exploitations agricoles qui ont une SAU supérieure à 30 ha.
- 2) Déterminer la SAU la plus fréquente.
- 3) Donner la valeur et l'interprétation de la médiane (Mé).
- 4) Calculer le troisième quartile ( $Q_3$ ) et le cinquième décile ( $D_5$ ).
- 5) Donner l'interprétation et la valeur de la médiale (MI).
- 6) Calculer la différence  $\Delta M = MI - Mé$ . Calculer l'indice de concentration. Interpréter le résultat.
- 7) Construire la courbe de Lorenz.
- 8) Déterminer l'indice de concentration de Gini. Conclure.



Probleme 4-1

$[e_{i-1}, e_i[$	$c_i$	$n_i$	$n_i c_i$	$c_i^2$	$n_i c_i^2$
$[10, 20[$	15	5	75	225	1125
$[20, 30[$	25	10	250	625	6250
$[30, 40[$	35	13	455	1225	15925
$[40, 50[$	45	4	180	2025	8100
		32	960		31400

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum n_i c_i = \frac{960}{32} = \boxed{30} \Rightarrow \bar{X}^2 = 900$$

$$\text{Var}(X) = \left( \frac{1}{N} \sum n_i c_i^2 \right) - \bar{X}^2 = 981,25 - 900 = \boxed{81,25}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{81,25} = ? 9,014$$

$$CV = \frac{\sigma(X)}{\bar{X}} = \frac{? 9,014}{30} = 0,300$$

$[e_{i-1}, e_i[$	$c_i$	$n_i$	$n_i c_i$	$c_i^2$	$n_i c_i^2$
$[10, 20[$	15	4	60	225	900
$[20, 30[$	25	10	250	625	7500
$[30, 40[$	35	14	490	1225	17150
$[40, 50[$	45	6	270	2025	12150
		36	1120		37700

$$\bar{Y} = \boxed{31,11} \Rightarrow \bar{Y}^2 = 967,832$$

$$\text{Var}(Y) = 79,39 \Rightarrow \sigma(Y) = 8,91$$

$$CV = \frac{\sigma(Y)}{\bar{Y}} = \frac{8,91}{31,11} = 0,286$$

(1)

$[e_{i-1}, e_i[$	$f_i$	$n_i$	$f_i \cdot d$	$a_i$	$h_i = \frac{n_i}{a_i}$	$nicc$	$c_i$	$f_i \cdot c_i$	$c_i^2$	$c_i^2 \cdot f_i$
$[0, 10[$	0,22	44	1	10	4,4	44	5	1,1	25	5,5
$[10, 30[$	0,28	56	0,78	20	2,8	100	20	5,6	400	112
$[30, 50[$	0,27	54	0,5	20	2,7	154	40	10,8	1600	432
$[50, 100[$	0,23	46	0,23	50	0,92	200	75	17,25	5550	1245
		$N = 200$					$\bar{x} = 34,75$			1826

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

### Problème n° 2

1°/ On cherche par les  $f_i \cdot d$  la valeur qui correspond à la classe  $[30, 50[$ , c'est 0,5, on la multiplie par 100 et on obtient le pourcentage des exploitations agricoles qui ont une SAU supérieure à 30 ha, c'est **50%**.

2°/ La classe modale est  $[0, 10[$  car elle correspond à  $h_i = 4,4$  le plus grand.

On applique la formule: 
$$M_0 = e_{i-1} + \frac{h_{i+1}}{h_{i-1} + h_{i+1}} a_i$$

ici  $e_{i-1} = 0$ ;  $a_i = 10$ ;  $h_{i-1} = 0$ ;  $h_{i+1} = 2,8$

donc  $M_0 = 10$

d'où la SAU la plus fréquente est 10 ha.

3°/ La médiane:

$\frac{N}{2} = \frac{200}{2} = 100$ , cette valeur existe exactement parmi les  $nicc$

$\Rightarrow$  la classe médiane est  $[10, 30[ = [e_{i-1}, e_i[$

On prend  $M_e = e_i = 30$

4°/

Q<sub>3</sub> ?

$$\frac{N \cdot 3}{4} = \frac{200 \times 3}{4} = 150$$

On cherche 150 parmi les nice

⇒ il n'existe pas exactement, mais 154 est la 1<sup>ère</sup> valeur qui le dépasse, on applique alors la formule:

$$Q_3 = e_{i-1} + \frac{\frac{N \cdot 3}{4} - n_{i-1}}{n_i} a_i$$

$$= 30 + \frac{150 - 100}{54} \times 20 = 30 + \frac{50}{54} \times 20$$

Q<sub>3</sub> = 48,52 ha.

D<sub>5</sub> ?

$$\frac{N \cdot 7}{10} = \frac{200 \times 7}{10} = 140$$

On cherche 140 parmi les nice

Cette valeur apparaît dans le tableau, alors on prend

D<sub>5</sub> = e<sub>2</sub> = 30 ha.

5°/ ofédiale (Ml):

$l_{i-1}, a_i$	$n_i$	$c_i$	$n_i c_i$	$(n_i c_i) \uparrow$
[0, 10]	44	5	220	220
[10, 30]	56	20	1120	1340
[30, 50]	54	40	2160	3500 *
[50, 100]	46	75	3450	6950
			6950	

$$\frac{6950}{2} = 3475$$

on cherche cette valeur parmi les  $(n_i c_i) \uparrow$  la 1<sup>ère</sup> valeur qui le dépasse est 3500 donc la classe médiale est [30, 50]

on applique la formule:

(3)

$$M_L = e_{i-1} + \frac{\frac{\sum w_i c_i}{2} - (w_{i-1} c_{i-1}) c^*}{w_i c_i} a_i$$

$$= 30 + \frac{3475 - 1340}{2160} 20 = 49,768$$

$$\text{6°/ } \Delta M = M_L - M_e = 49,768 - 30 = 19,768$$

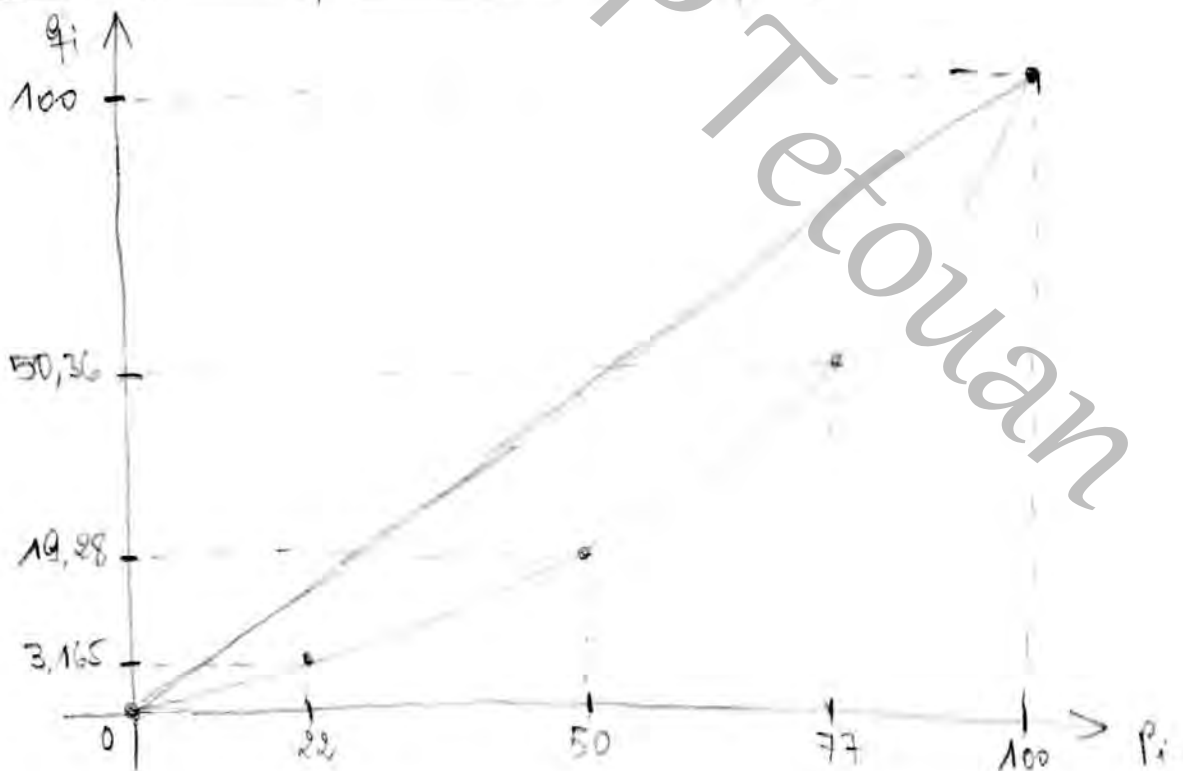
$$E = 100$$

$$I = \frac{\Delta M}{E} = \frac{19,768}{100} = 0,19768 \approx 0,198$$

⇒ Equi-distribution.

7°/

$[e_{i-1}, a_i[$	$P_i = \frac{w_i c^*}{N} \cdot 100$	$q_i = \frac{(w_i c_i) c^*}{\sum w_i c_i} \cdot 100$
$[0, 10[$	22	3,165
$[10, 30[$	50	19,280
$[30, 50[$	77	50,360
$[50, 100[$	100	100



(4)

9%

$$I_G = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k-1} q_i}{\sum_{i=1}^{k-1} R_i} = 1 - \frac{72,805}{149}$$

$$= 1 - 0,489 = 0,511$$

⇒ équidistribution

® El Merouani FP Tetouan