EXAMEN FIN DE SESSION I

Matière : Gestion des opérations — Date : 14/02/2004
Niveau : 3ème année — Nom :
Durée : 3 Heures — Prénom :

Enseignant: Mr Mohamed EL MEROUANI

Questions de Cours :

5 1. Quelle l'utilité de la théorie des graphes pour la Gestion des projets ?
5 2. Quel est la différence entre un graphe et un réseau ?
5 3. En quoi consiste la méthode PERT ?
5 4. Quand est ce qu'un problème est dit de flot maximum et quand est ce qu'il est dit de flot minimum ?

20

Problème n° 1 :

5 1. Construire le graphe PERT d'un projet de 10 tâches dont les durées (en semaines) et les contraintes d'antériorité sont spécifiées dans le tableau suivant:

20

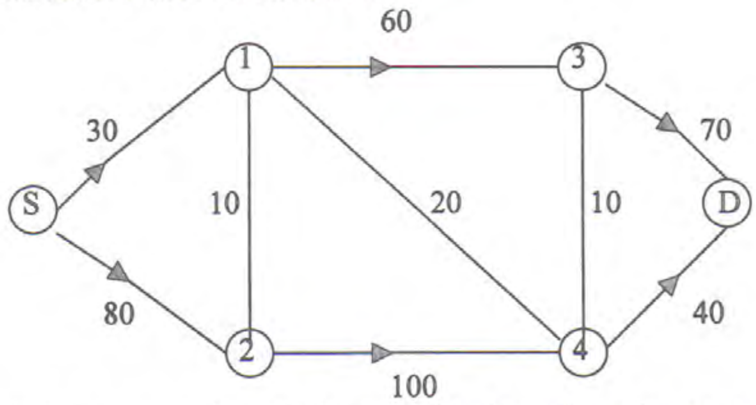
Tâche	Durée	Tâches antérieures
A	2	---
B	3	---
C	2	A
D	1	A, B
E	2	C, D
F	1	C, D
G	3	E, F
H	5	F
I	2	C, D
J	2	F, I

5 2. Quelle est la durée totale de ce projet?
5 3. Sur le graphe représentant le projet, indiquer le(s) chemin(s) critique(s) de façon différente (par un trait gras par exemple).
5 4. Quelles sont les tâches critiques et les tâches non critiques de ce projet ?

Problème n° 2 :

25

Considérons le réseau routier suivant :



Les nombres sur les arcs représentent les capacités de trafique des routes. Les arcs (1,2) ; (1,4) et (3,4) ne sont pas orientés. Maximiser le flot de trafique de la source S à la destination D.

Problème n° 3 :

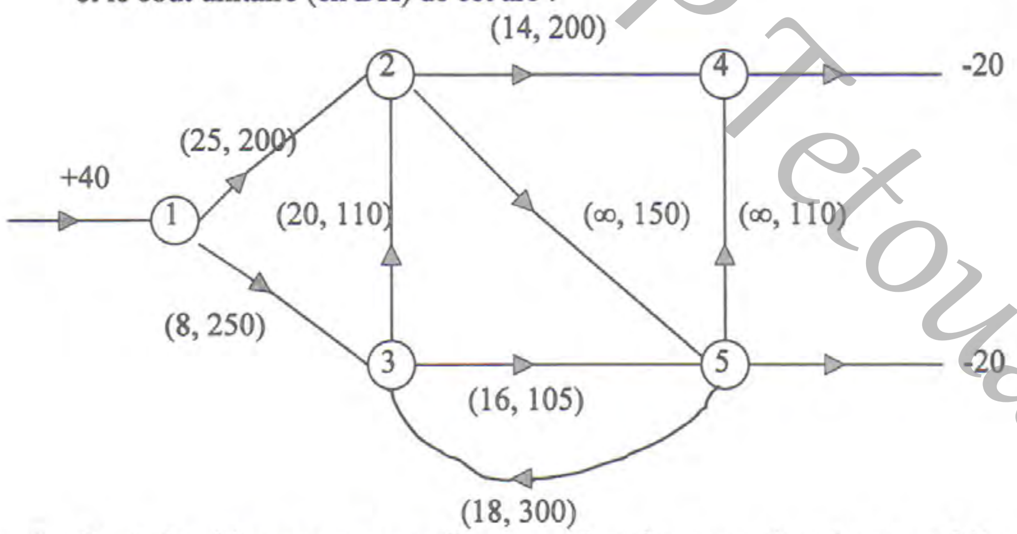
Construire le graphe PERT correspondant à un projet composé des 16 tâches A, B, C, D, …, M, N, O, P telles que :

25

A, B, C, D précédent E, F, G
E, F, G précédent H
H précède I
I précède J, K, L, M, N
J, K, L, M, N précédent O
G, O précédent P.

Problème n° 4 :

15 1. Donner le modèle linéaire du problème de flot minimum décrit par le graphe suivant, où les valeurs sur chaque arc représentent respectivement la capacité et le coût unitaire (en DH) de cet arc :



5 2. Quel algorithme peut-on appliquer, par la suite, pour résoudre ce problème ?

BON COURAGE !

Correction de l'examen final de G. O.

Questions de Cours :

1. La théorie des graphes ~~…~~ aide à la modélisation graphiques pour des problèmes de la Gestion des projets par la représentation des différentes constituant d'un projets par les éléments d'un graphe (les sommets ou les noeuds et les arêts ou les arcs).

2. Un graphe est un ensemble de points reliés par une ou plusieurs ligne. Ces points sont appelés les « sommets » du graphe ou les « noeuds ». Les lignes qui les relient sont appelées « arcs » lorsqu'ils sont orientés ou « arêts » lorsqu'ils ne le sont pas.

Un réseau est un ensemble de noeuds. Certains paires de ces noeuds sont reliés par des arcs orientés.

Un graphe est la modélisation d'un réseau, pratiquement il n'y a pas de différence entre les deux.

3. La méthode PERT ~~consiste en faire~~ utilise la théorie des graphes. Elle consiste à faire correspondre à chaque tâche ; un arc et à chaque étape, un sommet ou un noeud ; ce qui donne un graphe.

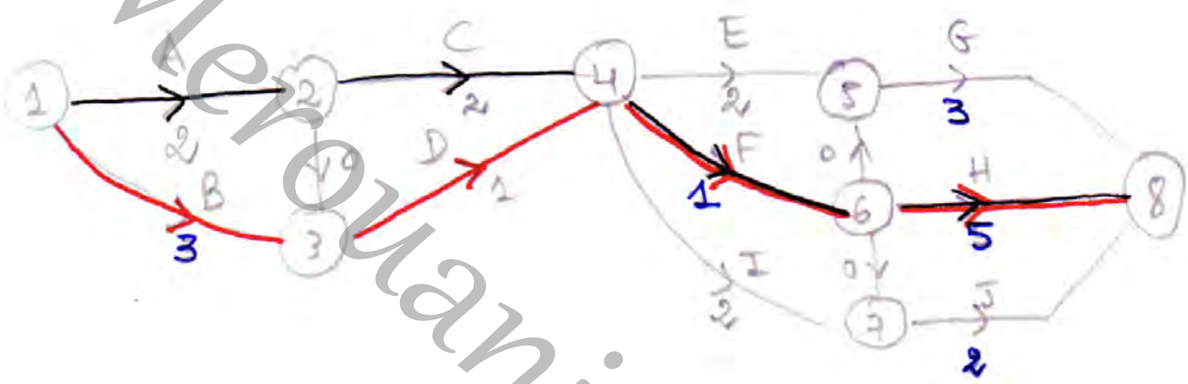
4. Si l'objectif est la minimisation des coûts de transports dans tous le réseau de façon à satisfaire la demande sans toute fois excéder la capacité de production, on dit que le problème

est de flot minimum.

Si l'objectif est de maximiser le flot général du réseau sans excéder la capacité des arcs utilisés et sachant qu'il y a conservation de flot à chaque nœud, on dit que le problème est de flot maximum.

Problème no 1 :

1.



2.

A + C + E + G
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
2 + 2 + 2 + 3 = 9

B + D + E + G
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
3 + 1 + 2 + 3 = 9

B + D + F + H
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
3 + 1 + 1 + 5 = 10

B + D + I + J
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
3 + 1 + 2 + 2 = 8

A + D + F + H
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
2 + 1 + 1 + 5 = 9

A + C + F + H
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
2 + 2 + 1 + 5 = 10

A + C + I + J
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
2 + 2 + 2 + 2 = 8

... etc.

Conclusion : La durée de ce projet correspond au chemin le plus long c'est-à-dire 10 semaines

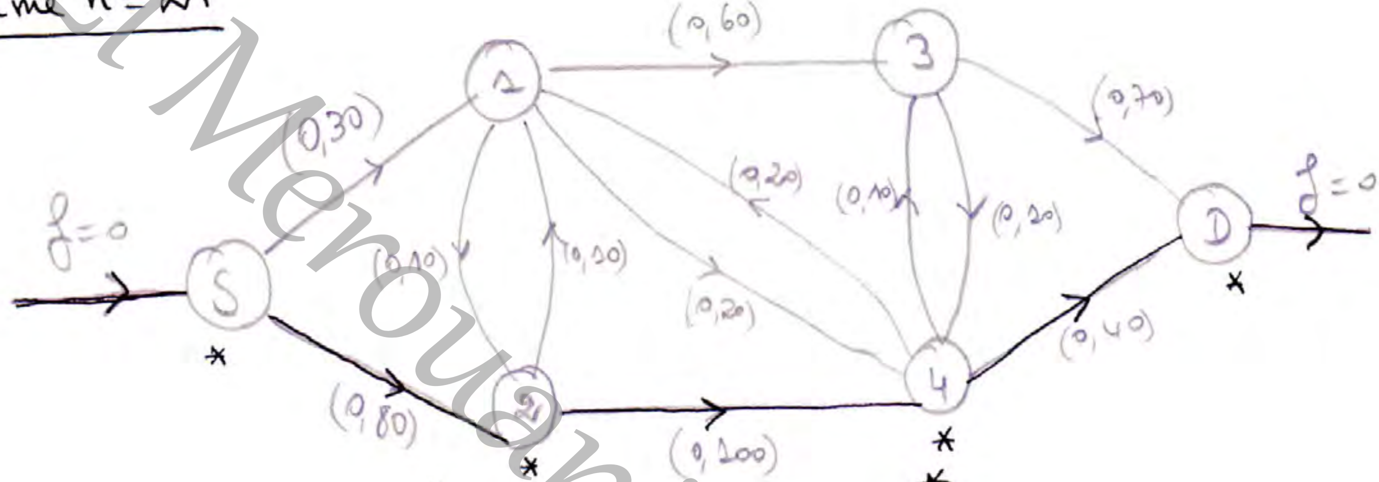
3. Les chemins critiques sont ceux dont la longueur est égale à la durée du projet, c'est-à-dire il y a 2 qui sont

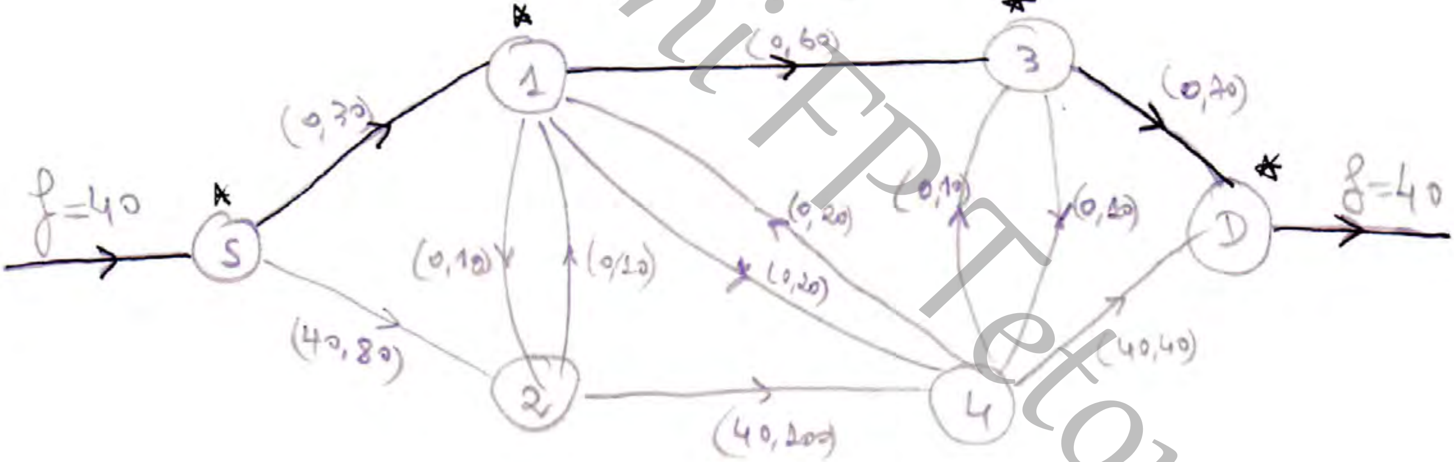
A → C → F → H et B → D → F → H

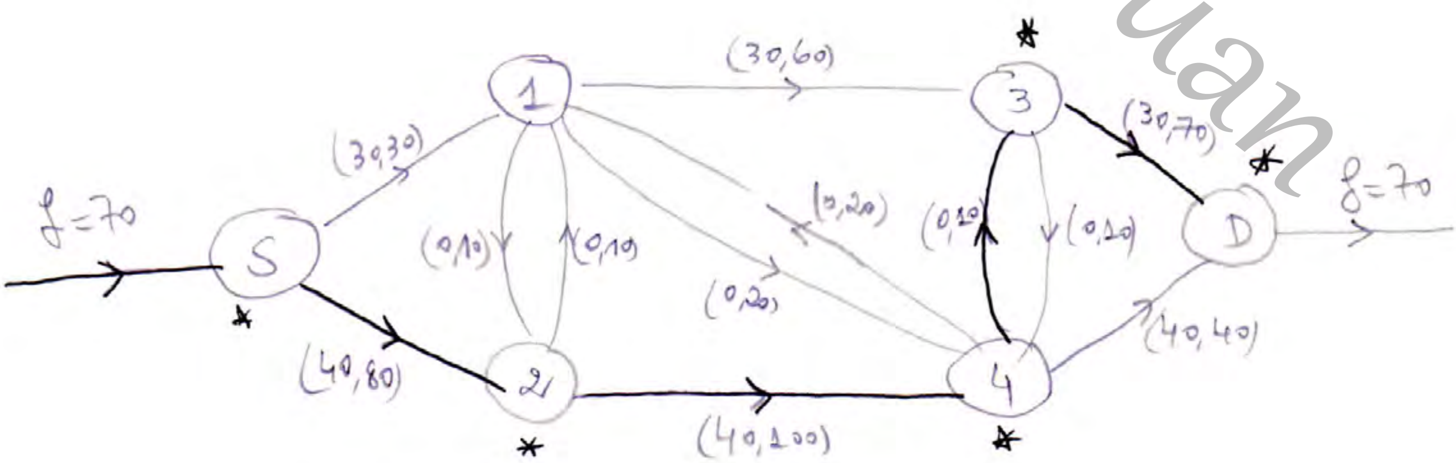
4. Les tâches critiques sont celles qui se trouvent sur un chemin critique alors ce sont A, B, C, D, F et H

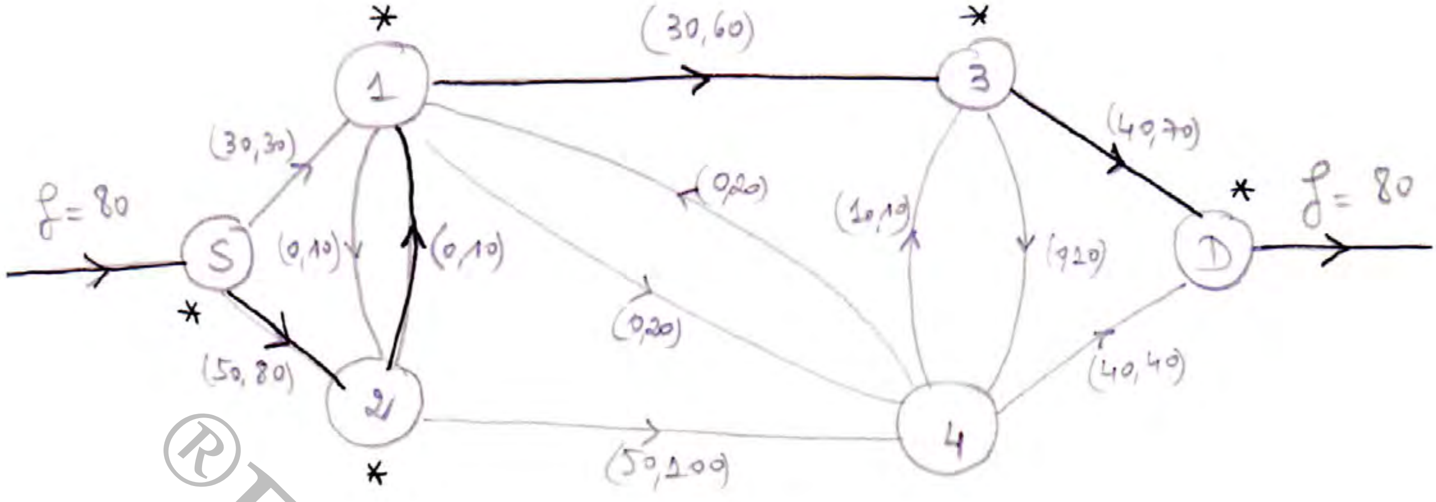
le reste est non critiques : E, G, I et J.

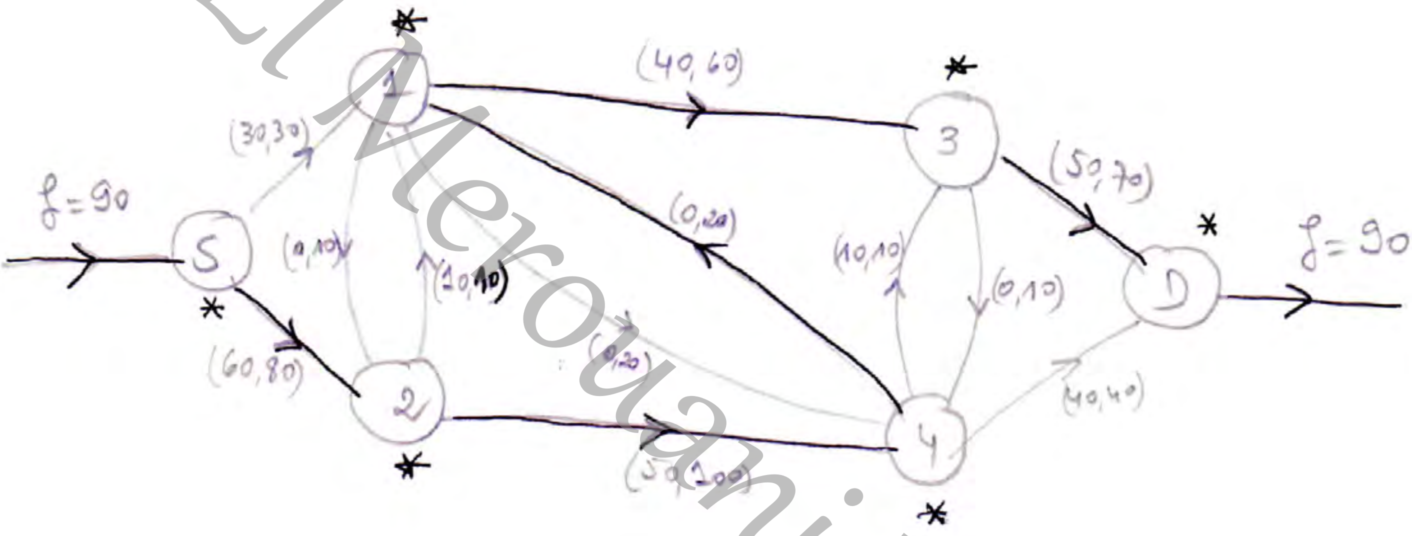
Problème n° 2 :

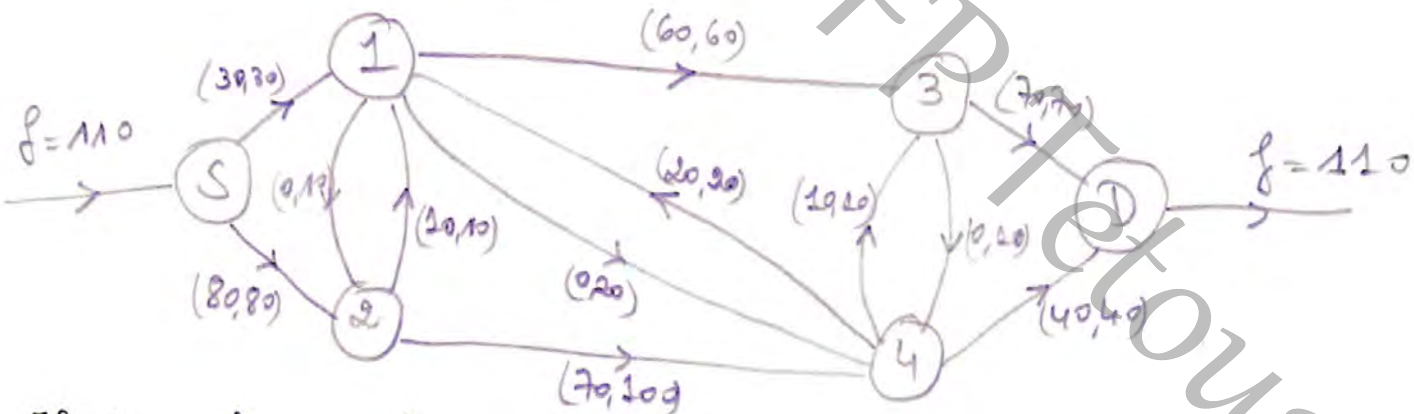




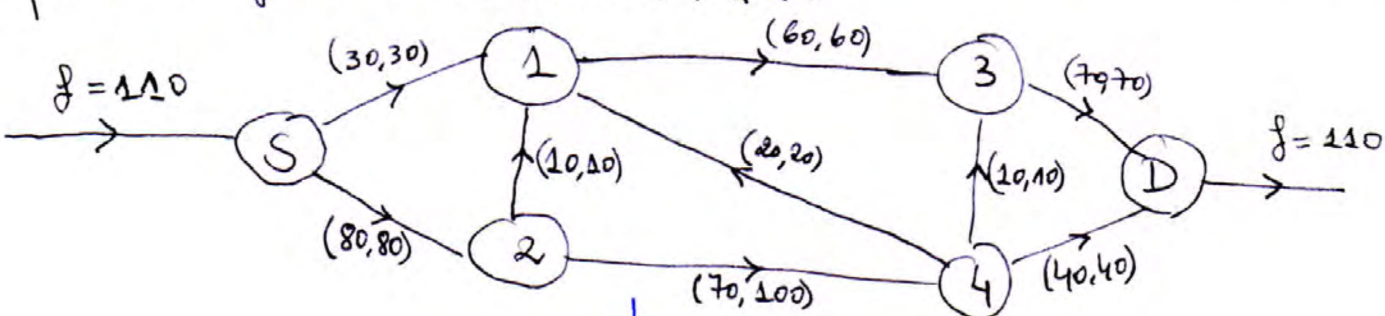




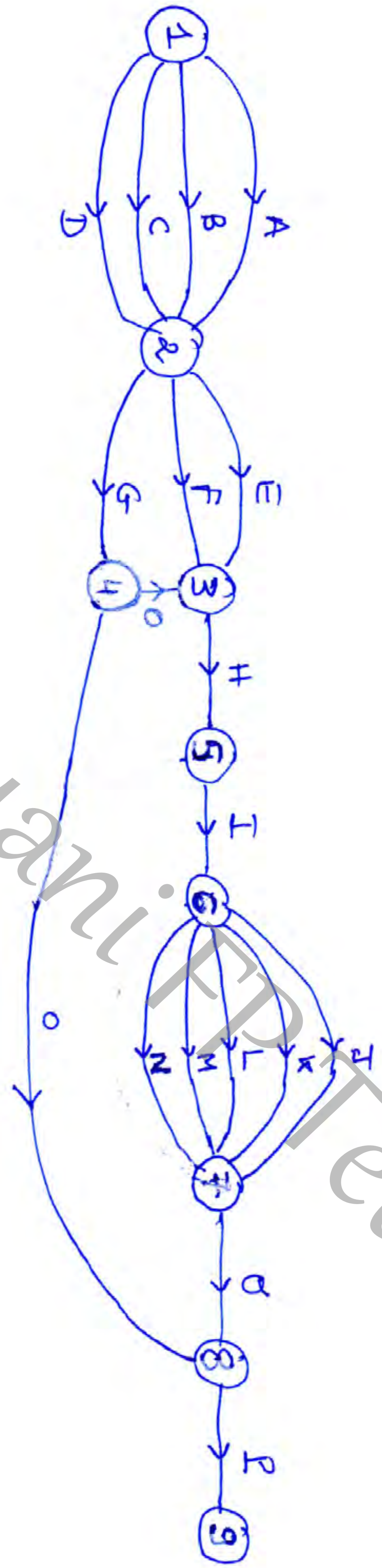




Il n'y a plus de chemin de flot augmenté, on est à l'optimum et le le flot max est 110, mais le flot ne peut passer que par l'un des arcs que l'on a ajouté dans les arêtes, d'où



Problème n°3 :



Problème n° 4 :

1) Activité

Amplitude

Nbre d'unité qui passe par l'arc (i,j) — x_{ij}

Fonction économique : à minimiser

$$Z = 200x_{12} + 250x_{13} + 200x_{24} + 150x_{25} + 110x_{32} + 105x_{35} + 300x_{53} + 110x_{54}$$

2

Contraintes :

Conservation de flot
$$\begin{cases} x_{12} + x_{13} = 40 \\ -x_{12} - x_{32} + x_{24} + x_{25} = 0 \\ -x_{13} - x_{53} + x_{32} + x_{35} = 0 \\ -x_{24} - x_{54} = -20 \\ -x_{25} - x_{35} + x_{53} + x_{54} = -20 \end{cases}$$

2 2 2 2 2

capacité
$$\begin{cases} x_{12} \leq 25 ; \quad x_{13} \leq 8 ; \quad x_{24} \leq 14 ; \quad x_{32} \leq 20 ; \quad x_{35} \leq 16 \\ x_{53} \leq 18 \end{cases}$$

3

non-négativité $\{ x_{ij} \geq 0$

D'où le modèle linéaire

$$\text{Min } Z = 200x_{12} + 250x_{13} + 200x_{24} + 150x_{25} + 110x_{32} + 105x_{35} + 300x_{53} + 110x_{54}$$

Sujet à
$$\begin{cases} x_{12} + x_{13} = 40 \\ x_{12} + x_{32} - x_{24} - x_{25} = 0 \\ x_{13} + x_{53} - x_{32} - x_{35} = 0 \\ x_{24} + x_{54} = 20 \\ x_{25} + x_{35} - x_{53} - x_{54} = 20 \\ x_{12} \leq 25 ; \quad x_{13} \leq 8 ; \quad x_{24} \leq 14 ; \quad x_{32} \leq 20 ; \quad x_{35} \leq 16 ; \quad x_{53} \leq 18 \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

2) On peut appliquer après le simplexe ou une ~~de~~ de ses variantes.