Lois continues

Loi Log-normale

Loi Log-normale bi-paramètriques:

- Une variable aléatoire X est dite suivant une loi de probabilité Log-normale de paramètres μ et σ si la v. a. Y=Log X suit la loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ.
- On note X $\rightarrow \Lambda(\mu, \sigma)$
- Alors, la densité de probabilité de Y est:

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- et celle de X sera:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{(Log\, x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Espérance et variance:

- Soit X→Λ(μ, σ), son espérance est:

$$E(X) = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)$$

- Et sa variance est:

$$Var(X) = \exp(2\mu + \sigma^2)\{\exp(\sigma^2) - 1\}$$

Loi Log-normale tri-paramètriques:

- Une variable aléatoire X que peut prendre une valeur qui dépasse une valeur fixée τ est dite suivant une loi log-normale de trois paramètres τ, μ et σ si Y=Log(X-τ) suit une loi normale de paramètres μ et σ.
- On note $X \rightarrow \Lambda(\tau, \mu, \sigma)$
- Le troisième paramètre τ s'appelle le seuil.
- Ainsi, la log-normale de 2 paramètres est un cas particulier de celle de 3 paramètres avec τ=0.

Fonction de densité de probabilité:

- Soit $X \rightarrow \Lambda(\tau, \mu, \sigma)$, alors sa fonction de densité de probabilité est:

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(x-\tau)} \exp\left[-\dfrac{1}{2\sigma^2}\{Log(x-\tau)-\mu\}^2\right] & si\ \tau < x < \infty \\ 0 & si\ x \leq \tau \end{cases}$$

Espérance et variance:

- Soit $X \rightarrow \Lambda(\tau, \mu, \sigma)$, alors,
- Son espérance est:

$$E(X) = \tau + \exp(\mu + \sigma)$$

- Sa variance est:

$$Var(X) = e^{\mu^2}\left[e^{\sigma^2}\left(e^{\sigma^2} - 1\right)\right]$$