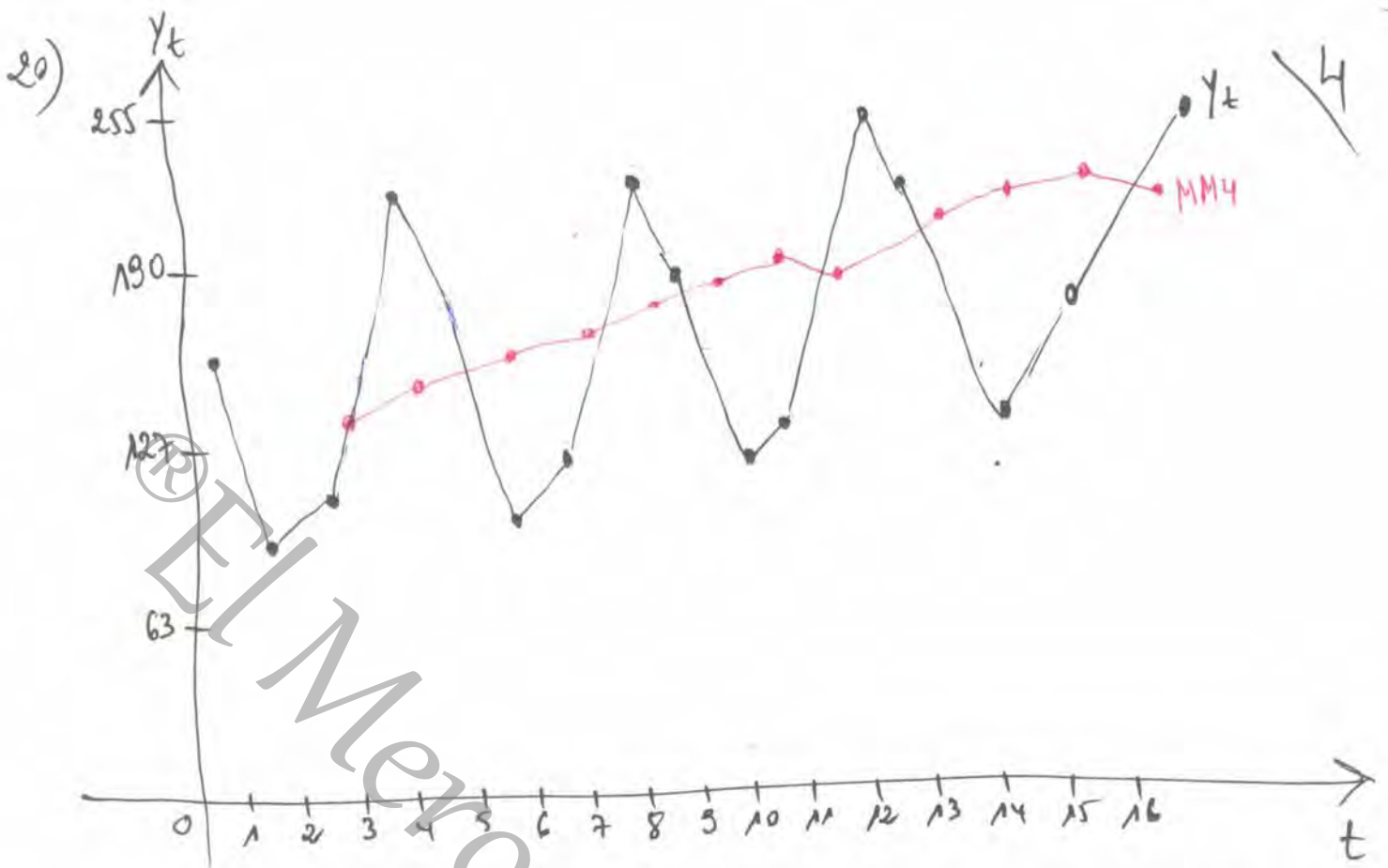


Ex. 2:

t	Y_t	M.M.4	$\frac{Y_t}{M.M.4}$	$X_t (\theta = 0,75)$
1 ^{o)}	150	—	—	150
2	80	—	—	
3	110	136,25	0,81	
4	205	141,25	1,45	
5	170	145	1,172	
6	95	148,75	0,639	
7	125	151,25	0,826	
8	215	153,75	1,398	
9	180	156,25	1,152	
10	105	153,75	0,683	
11	115	160	0,719	
12	240	163,75	1,466	
13	195	165	1,182	
14	110	173,75	0,633	
15	150	170	0,882	
16	255	—	—	

Elmerouani F.P. Tetouan



On remarque d'abord une tendance ascendante (positive) de cette série et par suite, aussi, de ses moyennes mobiles. De plus les moyennes mobiles sont plus lisses que la série originale.

30) Indices saisonniers pour chaque trimestre:

Trimestres	1	2	3	4	
1 ^{ère} année	—	—	0,81	1,45	
2 ^{ème} année	1,172	0,639	0,826	1,398	
3 ^{ème} année	1,152	0,683	0,719	1,466	Total
4 ^{ème} année	1,182	0,633	0,882	—	////
Moyenne	1,169	0,652	0,809	1,438	4,068
Indice Saisonnier	1,149	0,641	0,795	1,414	

4°) Détermination de la variation résiduelle:

5

Trimestres	1	2	3	4
1 ^{ère} année	—	—	1,019	1,025
2 ^{ème} année	1,020	0,997	1,039	0,989
3 ^{ème} année	1,003	1,065	0,904	1,037
4 ^{ème} année	1,029	0,987	1,109	—

5°) $\theta = 0,75$

$$X_1 = Y_1 = 150$$

$$X_2 = 0,75 Y_2 + 0,25 Y_1 = 0,75 \times 80 + 0,25 \times 150 = 60 + 37,5 = 97,5$$

$$\vdots$$

$$X_t = 0,75 Y_t + 0,25 Y_{t-1} \quad \text{pour } t \geq 2$$

t	Y _t	X _t
1	150	150
2	80	97,5
3	110	102,5
4	205	181,25
5	170	178,75
6	95	113,75
7	125	117,5
8	215	192,5
9	180	188,75
10	105	123,75
11	115	112,5
12	240	208,5
13	195	206,25
14	110	131,25
15	150	140
16	255	288,75

$$X_3 = 0,75 Y_3 + 0,25 Y_2 = 0,75 \times 110 + 0,25 \times 80 = 82,5 + 20 = 102,5$$

$$X_4 = 0,75 Y_4 + 0,25 Y_3 = 0,75 \times 205 + 0,25 \times 110 = 153,75 + 27,5 = 181,25$$

$$X_5 = 0,75 Y_5 + 0,25 Y_4 = 0,75 \times 170 + 0,25 \times 205 = 127,5 + 51,25 = 178,75$$

$$X_6 = 0,75 Y_6 + 0,25 Y_5 = 0,75 \times 95 + 0,25 \times 170 = 71,25 + 42,5 = 113,75$$

$$X_7 = 0,75 Y_7 + 0,25 Y_6 = 0,75 \times 125 + 0,25 \times 95 = 93,75 + 23,75 = 117,5$$

$$X_8 = 161,25 + 31,25 = 192,5$$

$$X_9 = 135 + 53,75 = 188,75$$

$$X_{10} = 78,75 + 45 = 123,75$$

$$X_{11} = 86,25 + 26,25 = 112,5$$

$$X_{12} = 180 + 28,75 = 208,5$$

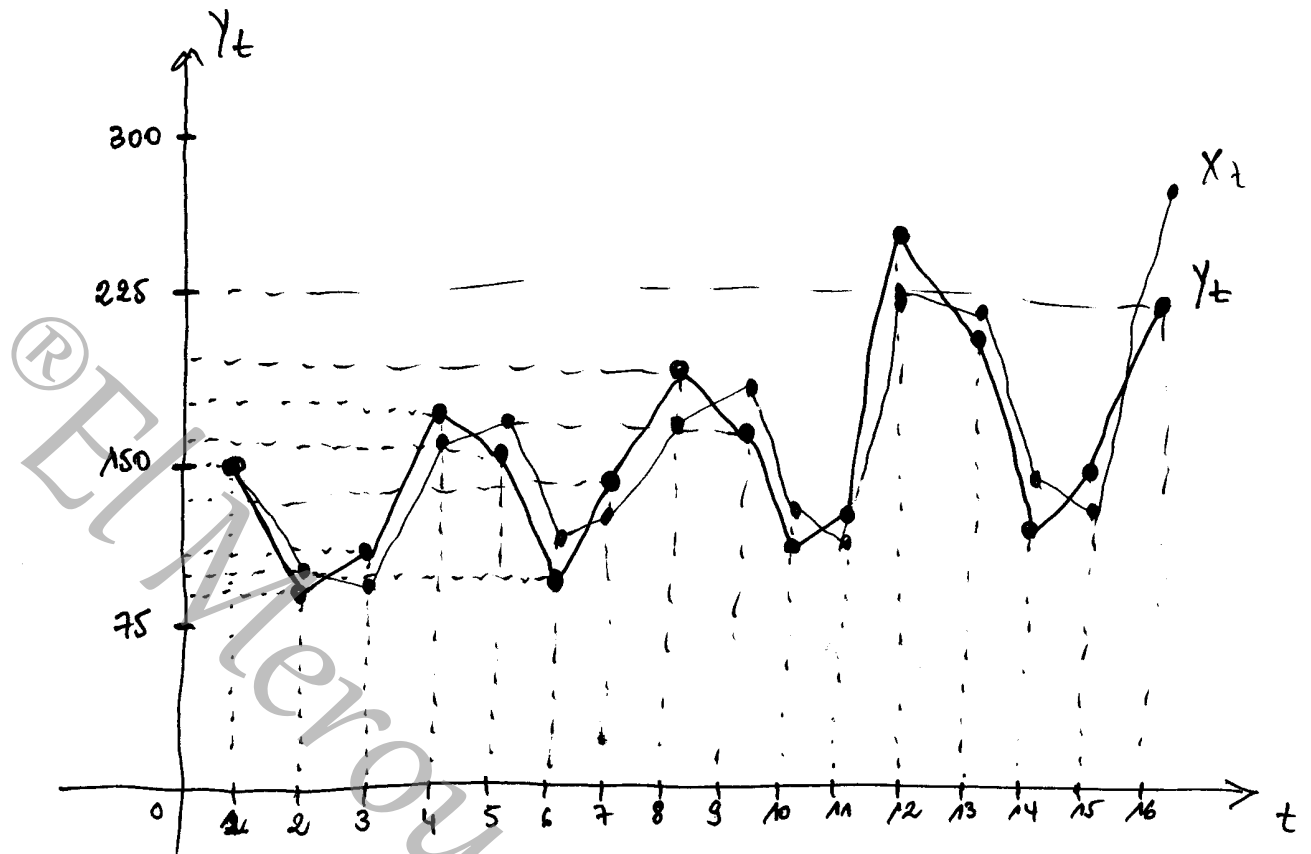
$$X_{13} = 146,25 + 60 = 206,25$$

$$X_{14} = 82,5 + 48,75 = 131,25$$

$$X_{15} = 112,5 + 27,5 = 140$$

$$X_{16} = 191,25 + 97,5 = 288,75$$

Représentation graphique :



Elmerouani F.P. Tetouan

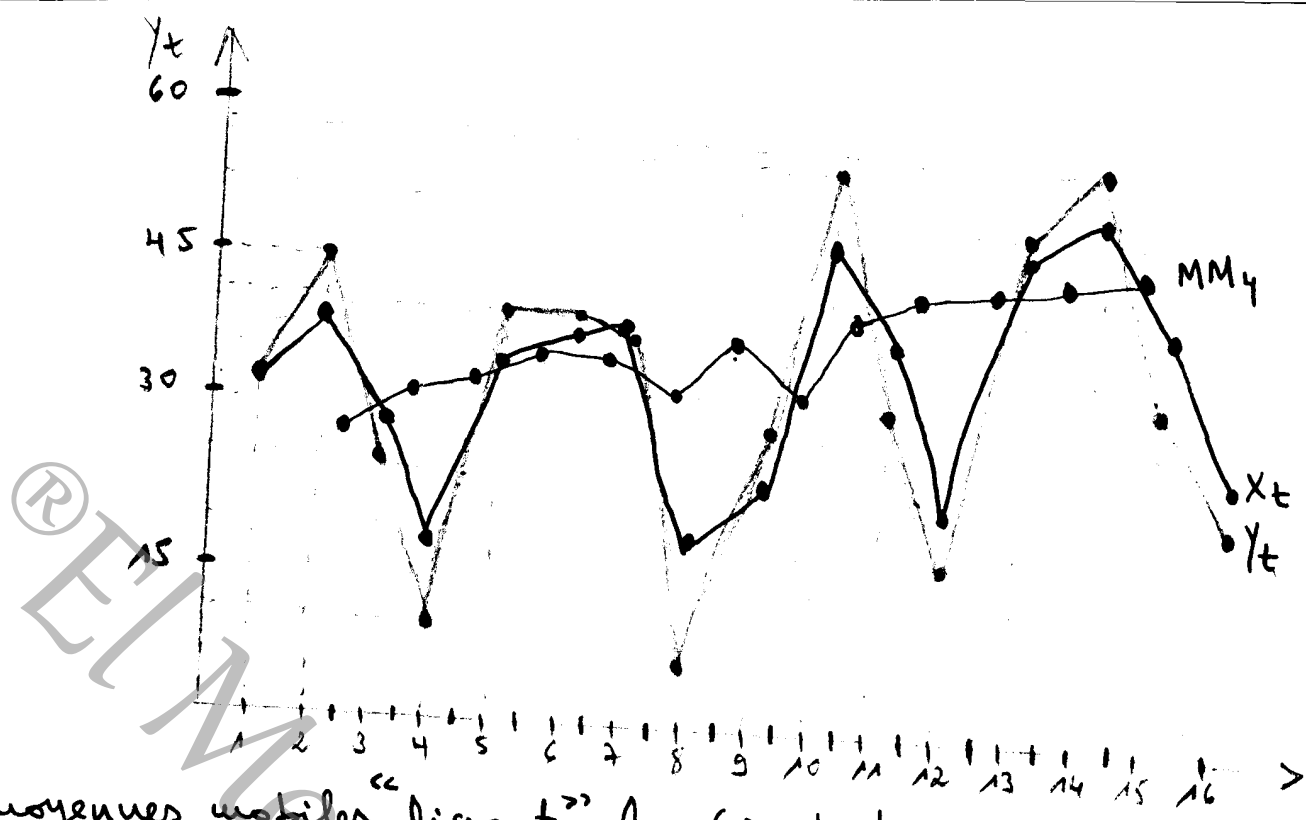
Problème 3:

1.- les moyennes mobiles d'ordre 4:

Date t	Années	Trimestres	Ventes X_t	MM4	MMC4	$\frac{Y_t}{MMC4}$	$X_t : \theta = 0,75$
1	1	1	33	-	-	-	33
2		2	45	28,75	-	-	42
3		3	25	30,75	29,75	0,84	29,25
4		4	12	29,75	30,25	0,40	16,342
5	2	1	41	29,75	31,625	1,30	34,828
6		2	41	33,5	33,125	1,24	39,457
7		3	40	32,75	32,375	1,27	39,864
8		4	9	30	22	0,28	16,716
9	3	1	30	34	33,125	0,80	26,679
10		2	57	32,95	33,025	1,63	49,420
11		3	33	35	38	0,87	37,105
12		4	20	41	41,125	0,49	24,276
13	4	1	54	41,25	41,625	1,30	46,569
14		2	58	42	42,625	1,36	55,142
15		3	30	43,25	-	-	40,785
16		4	25	-	-	-	28,946

$X_1 = Y_1$
 $X_2 = 0,75Y_2 + 0,25 X_1$
 $X_3 = 0,75Y_3 + 0,25 X_2$
 $X_4 = Y_4$
 $X_5 = 0,75Y_5 + 0,25 X_4$
 $X_6 = 0,75Y_6 + 0,25 X_5$
 $X_7 = 0,75Y_7 + 0,25 X_6$
 $X_8 = 0,75Y_8 + 0,25 X_7$
 $X_9 = 0,75Y_9 + 0,25 X_8$
 $X_{10} = 0,75Y_{10} + 0,25 X_9$
 $X_{11} = 0,75Y_{11} + 0,25 X_{10}$
 $X_{12} = 0,75Y_{12} + 0,25 X_{11}$
 $X_{13} = 0,75Y_{13} + 0,25 X_{12}$
 $X_{14} = 0,75Y_{14} + 0,25 X_{13}$
 $X_{15} = 0,75Y_{15} + 0,25 X_{14}$
 $X_{16} = 0,75Y_{16} + 0,25 X_{15}$

1
8



les moyennes mobiles "lisent" la série brute.
 lorsque le nombre de période est important, nous aurons « lissé » un peu trop la série étudiée, de fait que le mouvement saisonnier ne sera plus apparent et tout ce qu'on pourra discerner ou détecter c'est seulement la tendance de longue durée.
 il est important de réaliser que votre objectif est de lisser la série temporelle suffisamment pour éliminer ou du moins réduire les fluctuations aléatoires et de ressortir les autres composantes (tendances, cycle et/ou saison).

3.- voir tableau.

4.- Indices saisonniers pour chaque trimestre :

- voir tableau - d'abord, on calcule Y_t / MM_4

puis, on regroupe les données par trimestre pour pouvoir voir les similarités pour chaque ^{type de} trimestre et les différences entre les différents type de trimestre.

Une fois, cela est fait, on calcule la moyenne des valeurs pour chaque trimestre pour éliminer ou épurer la variation aléatoire

Années \ Trimestres	1	2	3	4	Total
1	—	—	0,84	0,40	
2	1,30	1,24	1,27	0,28	
3	0,90	1,69	0,87	0,49	
4	1,30	1,36	—	—	
Moyennes	1,17	1,43	0,99	0,39	3,98
Indice Saisonnier	1,176	1,437	0,995	0,392	4

La dernière étape consiste à ajuster les moyennes en divisant chacune d'elles par la somme des quatre moyennes et en multipliant par 4 (nombre de trimestres par an), on obtient alors les indices saisonniers.

les indices saisonniers indiquent qu'en moyenne, les ventes de la filiale des 1^{er} et 2^{ème} semestres dépassent la moyenne annuelle, alors que les ventes de cette filiale sont inférieures à la moyenne annuelle pendant le 3^{ème} et le 4^{ème} semestre.

5.- La variation résiduelle :

Une fois les indices saisonniers S_t déterminés, l'évaluation des variations résiduelles s'effectue en prenant le rapport des combinaisons $(S_t \cdot R_t)$ à S_t . C'est ce qu'on a procédé dans le tableau suivant :

Trimestres Années	1	2	3	4
1	—	—	0,844	1,02
2	1,105	0,863	1,276	0,714
3	0,765	1,176	0,874	1,25
4	1,105	0,946	—	—

6.- voir tableau n° 1 (colonne $X_t = 0,75 Y_t + 0,25 X_{t-1}$)
pour le graphique - voir le graphique n° 1 -

7.- Méthode des moindres carrés:

$$Y_t = aX_t + b$$

avec $a = \frac{\text{Cov}(Y_t, X_t)}{\text{Var}(X_t)}$ et $b = \bar{Y}_t - a\bar{X}_t$

$$a = \frac{\sum XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X^2 - n\bar{X}^2} = \frac{\frac{4946}{16} - \frac{136}{16} \cdot \frac{559}{16}}{\frac{1496}{16} - \left(\frac{136}{16}\right)^2}$$

$$= \frac{309,125 - (8,5 \cdot 34,9375)}{93,5 - (72,25)} = \frac{309,125 - 296,97}{21,25}$$

$$= \frac{12,155}{21,25} = 0,572$$

$$b = \frac{559}{16} - 0,572 \cdot \frac{136}{16} = 34,94 - 0,572 \times 8,5 = 34,94 - 4,862$$

$$b = 30,078$$

Donc la tendance obtenue par la méthode des moindres carrés ordinaire est :

- 11 -

t	Y_t	$X_t Y_t$	X_t^2	Y_t^2
1	33	33	1	1089
2	45	90	4	2025
3	25	75	9	625
4	12	48	16	144
5	42	205	25	1681
6	42	246	36	1681
7	40	280	49	1600
8	9	72	64	81
9	30	270	81	900
10	57	570	100	3249
11	33	363	121	1089
12	20	240	144	400
13	54	702	169	2916
14	58	812	196	3364
15	36	540	225	1296
16	25	400	256	625
136	559	4946	1496	22765

$$\hat{Y}_t = 0,572 \hat{X}_t + 30,078$$

$$8.- R^2 = \frac{(\text{cov}(X_t, Y_t))^2}{\text{Var}(X_t) \cdot \text{Var}(Y_t)} = \frac{(12,155)^2}{21,25 \cdot \left(\frac{22765}{16} - \left(\frac{559}{16} \right)^2 \right)}$$

$$R^2 = \frac{147,744}{21,25 \times (1422,8125 - 1220,629)} = \frac{147,744}{21,25 \times 202,183}$$

$$R^2 = \frac{147,744}{4296,389} = 0,034$$

Donc l'ajustement de la droite de régression est relativement « mauvais ».