Chapitre 2

Caractéristiques de tendance centrale

1

Exercices

2

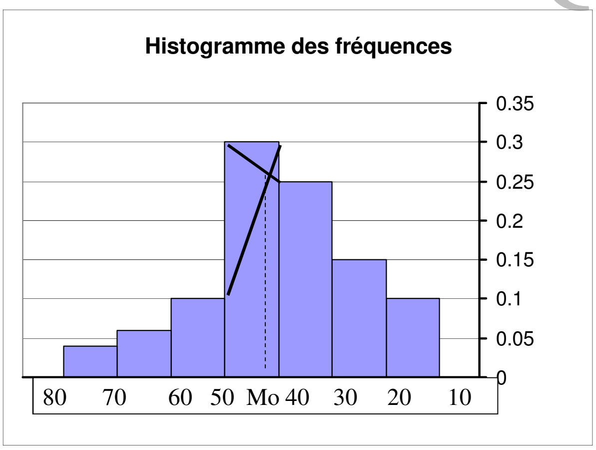
Exercice n° 2 de la page 55 :

1. On calcul les fréquences relatives et les fréquences relatives cumulées croissantes:

$[e_{i-1} ; e_i[$	n_i	f_i	f_icc	n_icc
[10; 20[	10	0.1	0.1	10
[20; 30[	15	0.15	0.25	25
[30; 40[	25	0.25	0.5	50
[40; 50[	30	0.3	0.8	80
[50; 60[	10	0.1	0.9	90
[60; 70[	6	0.06	0.96	96
[70; 80[	4	0.04	1	100
Total	100	1		

2. **Le mode :**

On détermine le mode graphiquement sur l'histogramme des fréquences relatives, d'où on le représente :



- Par le calcul, on détermine d'abord l'intervalle ou la classe modale, c'est celle qui correspond à la plus grande fréquence ou celle qui correspond au rectangle le plus haut sur l'histogramme, donc c'est [40, 50[et après on applique la formule :

$$Mo=e_{i-1}+a_i\,(h_{i+1}/(h_{i-1}+h_{i+1}))$$

$$Mo= 40+10\,(0.1/(0.25+0.1))$$

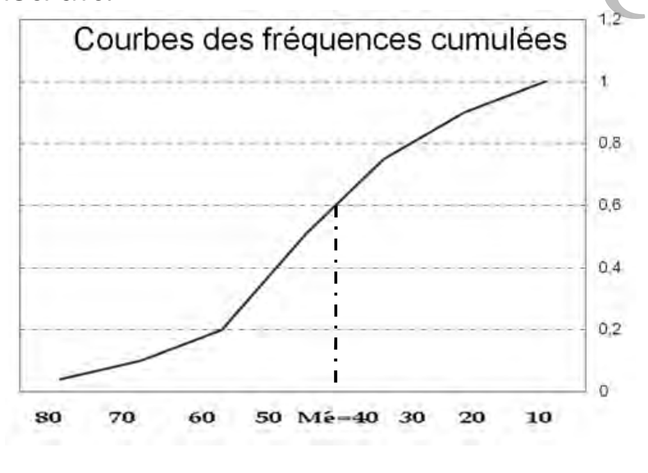
$$Mo=42.86$$

- **La superficie la plus fréquente entre ces 100 exploitations est 42.86 ha**

5

<u>La médiane:</u>

La médiane se détermine graphiquement sur la courbe des fréquences cumulées, d'où on la construit:



6

- Par le calcul, on divise N/2=100/2=50, et on cherche cette valeur entre les $n_i$cc ; dans ce cas on trouve exactement cette valeur entre les $n_i$cc, elle correspond à la classe [30, 40[, alors sans appliquer la formule on peut dire que Mé=40 (la borne sup. de la classe médiane)

- Il y a 50 exploitations qui une superficie supérieure à 40 ha et il y a 50 autres qui ont une superficie inférieure à 40 ha.

7

Exercice n° 5 de la page 57 :

1. On sait que si l'on multiplie les fréquences relatives par 100, on obtient les pourcentages. D'où, les fréquences relatives s'obtiennent en divisant ces pourcentages par 100.

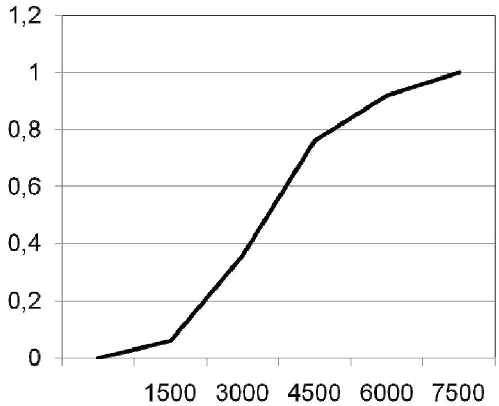
   On sait que si l'on divise les effectifs par l'effectif total qui est 50, on obtient les fréquences relatives. D'où si l'on multiplie ces fréquences relatives par 50, on obtient les effectifs.

8

$[e_{i-1} ; e_i[$	n_i	f_i	f_icc	c_i	n_icc	n_ic_i	c_i-c3=c'_i	$n_ic'_i$
[0;1500[	3	0.06	0.06	750	3	2250	-3000	-9000
[1500;3000[	15	0.3	0.36	2250	18	33750	-1500	-22500
[3000;4500[	20	0.4	0.76	3750	38	75000	0	0
[4500;6000[	8	0.16	0.92	5250	46	42000	1500	12000
[6000;7500[	4	0.08	1	6750	50	27000	3000	12000
Total	50	1				180000		-7500

9

2. Les valeurs des fréquences relatives croissantes sont données dans la table précédente et leur courbe est la suivante :



10

3. Le salaire le plus fréquent correspond au mode. La classe modale est [3000;4500[qui a la fréquence la plus grande. On applique la formule

   $Mo=e_{i-1}+a_i\ (h_{i+1}/(h_{i-1}+h_{i+1}))$

   Mo= 3000+1500(0.16/(0.3+0.16))

   Mo= 3521.74

Donc le salaire le plus fréquent est
3521.74 DH.

11

4. On divise N/2 = 50/2 = 25 et on cherche cette valeur entre les $n_i$cc ; dans ce cas on le trouve pas exactement, alors la 1ère valeur supérieure à 25 entre les $n_i$cc est 38, elle correspond à la classe [3000 ; 4500[(classe médiane) et on applique la formule :

   $Mé = e_{i-1}+a_i\ ((N/2)-n_{i-1}cc)/n_i$

   Mé = 3000+1500 (25- 18)/20

   Mé = 3525

- Donc le salaire médian est 3525 DH.

12

5. On calcul la moyenne arithmétique, d'abord par la méthode directe,

$$\overline{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{5} n_i c_i$$

$$\overline{X} = \frac{180000}{50}$$

$$\overline{X} = 3600$$

- Le salaire moyen est 3600 DH.

13

- On calcul la moyenne arithmétique par changement d'origine :

$$\overline{X}' = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{5} n_i c_i'$$

$$\overline{X}' = \frac{-7500}{50}$$

$$\overline{X}' = -150$$

- Donc $\overline{X} = \overline{X}' + c_3$

$$\overline{X} = -150 + 3750 = 3600$$

- Le salaire moyen est 3600 DH.

14

Exercice (Exemple de la page 53) :

- La moyenne approprié pour ce calcul est la **moyenne harmonique**:

$$H = \frac{N}{\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x_2}}$$

- Ici $n_1 = 500$ $n_2 = 1000$

$x_1 = 400$ $x_2 = 350$

15

- Alors c'est

$$\mathrm{H} = \frac{1500}{\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x_2}} = \frac{1500}{\frac{500}{400} + \frac{1000}{350}}$$

$$= \frac{1500}{1{,}25 + 2{,}86} \cong 365$$ livres/heure en moyenne.

16

- Si on aura utilisé la **moyenne arithmétique**

$$\overline{X} = \frac{1}{N}\left(n_1 x_1 + n_2 x_2\right)$$

- Et on a

$$n_1 = 500 \qquad n_2 = 1000$$
$$x_1 = 400 \qquad x_2 = 350$$

- Alors: $\overline{X} = \frac{1}{1500}(500 \times 400 + 1000 \times 350) = 366$

17

Remarque:

- D'après le cours $H \leq G \leq \overline{X} \leq Q$
- Mais, ici on a trouvé que $H \cong 365$ et $\overline{X} = 366$
- C'est-à-dire $H < \overline{X}$
- Le fait d'utiliser $\overline{X}$ n'est même pas valable!!!

18

Remarque:

- Pour la moyenne géométrique, on a le droit de l'utiliser ici.
- Donc, on trouve que $H=365 \leq G=365{,}6$
- Même $G \approx H$ ce qui montre encore que le fait d'utiliser la moyenne géométrique était valable.

19

Exercice n° 6 de la page 57 :

$n_A = 8000$ $x_A = 20$

$n_C = 12000$ $x_B = 32$

$n_B = 9600$ $x_C = 40$

$$H = \frac{N}{\frac{n_A}{x_A} + \frac{n_B}{x_B} + \frac{n_C}{x_C}} \qquad H = \frac{8000 + 9600 + 12000}{\frac{8000}{20} + \frac{9600}{32} + \frac{12000}{40}}$$

$$H = \frac{29600}{1000} = 29{,}6$$

est le rendement moyen de cette entreprise pendant cette période.

20