Prof. Mohamed El Merouani

Corrigés de quelques exercices du livre « Gestion des Opérations », 1ère partie « Programmation mathématique ».

Chapitre 1 : Modélisation et Résolution graphique des problèmes d'optimisation

Exercice 5, page 18 :

1°) Le modèle linéaire de ce problème est :

Max $900\,x_1+1000x_2$

Sujet à $11x_1+9x_2\leq 9900$

$7x_1+12x_2\leq 8400$

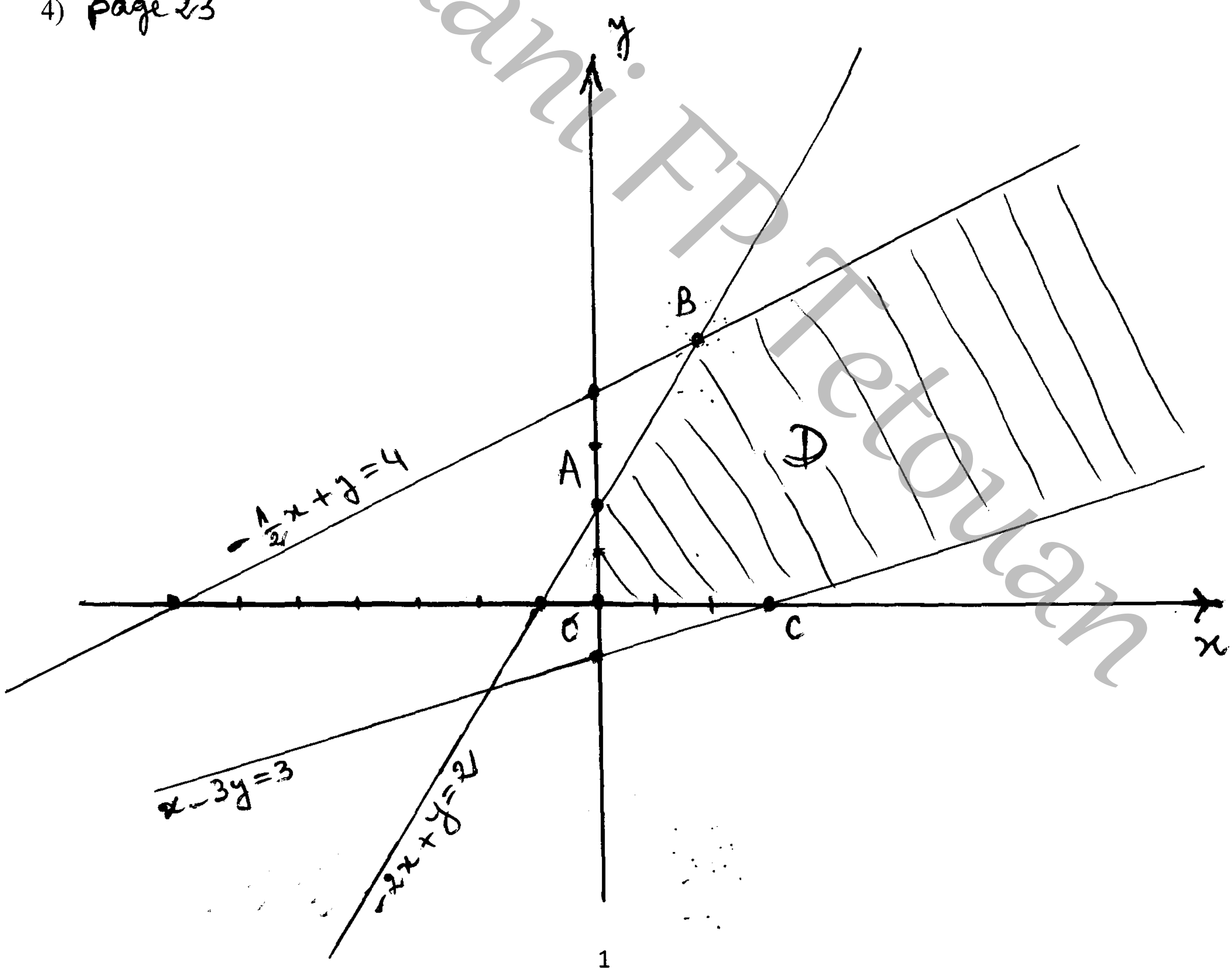
$6x_1+16x_2\leq 9600$

$x_1, x_2\geq 0$

2°) Oui, on peut appliquer la méthode graphique à ce problème car il fait intervenir deux variables de décision seulement.

Exercice 10, page 22 :

4) page 23



En O(0,0), on a Z=x−y=0

En A(0,2), on a Z=x−y=−2

En B(x,y)

Cherchons les coordonnées de B algébriquement,

$$\begin{cases} -2x+y=2 & (1) \\ -\frac{1}{2}x+y=4 & (2) \end{cases}$$

(2)−(1)=> $\frac{3}{2}x=2 \Rightarrow x=\frac{4}{3}$

(1)=> $y=2+2x=2+2\cdot\frac{4}{3}=2+\frac{8}{3}=\frac{14}{3}$

Donc Z=$\frac{4}{3}-\frac{14}{3}=-\frac{10}{3}$

En C(3, 0), on a Z=3

Le minimum est donc atteint en B$\left(\frac{4}{3},\frac{14}{3}\right)$; la valeur minimale est Z=$-\frac{10}{3}$

Chapitre 2 : Méthode du Simplexe

Exercice 1, page 40 :

1°) Le problème revient à Max 5x+4y

Sujet à x+2y≤10

−x+y≤3

x−y≤2

x≥0, y≥0.

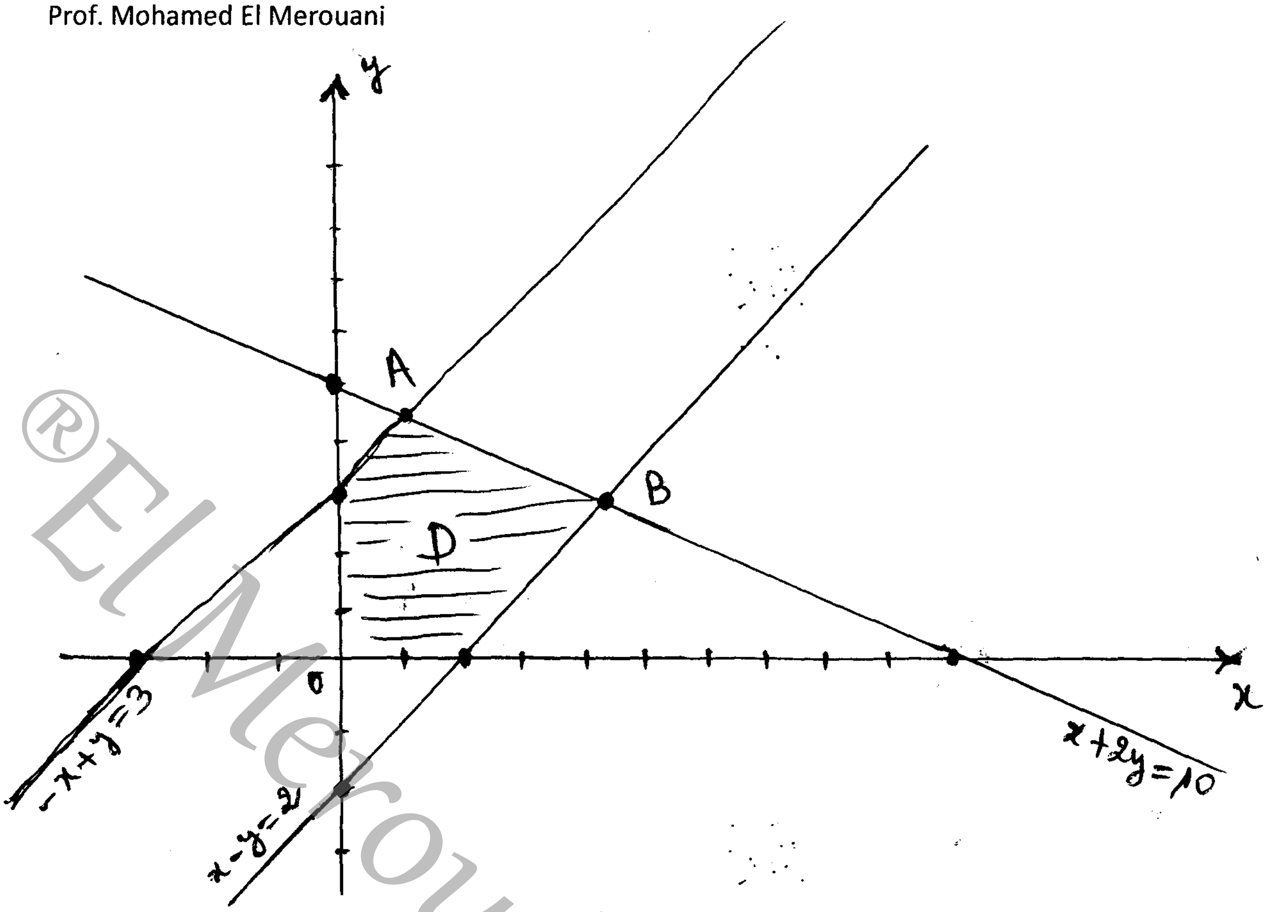
Sur un repère orthonormé, on représente les droites :

x+2y=10

−x+y=3

x−y=2

On obtient :



Cherchons les coordonnées du point B

$$\begin{cases} x-y=2 & (1) \\ x+2y=10 & (2) \end{cases}$$

$(1) \Rightarrow x = 2 + y$

$(3) \text{ et } (2) \Rightarrow 2 + 3y = 10$

$$\Rightarrow y = \frac{8}{3}$$

Donc $\quad x = \dfrac{14}{3} \qquad$ alors $\quad B\left(\dfrac{14}{3}, \dfrac{8}{3}\right)$

Si on remplace ses coordonnées dans la fonction économique, on trouve $\quad 5 \cdot \dfrac{14}{3} + 4 \cdot \dfrac{8}{3} = 34$

Alors que les coordonnées de A sont $\left(\dfrac{4}{3}, \dfrac{13}{3}\right)$ et si on les remplace dans la fonction économique, on trouve : $5 \cdot \dfrac{4}{3} + 4 \cdot \dfrac{13}{3} = 24$

Conclusion :

La solution optimale est $x=\frac{14}{3}$, $y=\frac{8}{3}$.

La valeur optimale est −34 (minimisation).

2°) La forme standard est :

Min Z=−5x−4y

Sujet à x+2y+u=10

x−y+p=2

−x+y+h=3

x, y≥0

u, p, h≥0

Le tableau initial du simplexe est :

V.e.

V.b.	x	y	u	p	h	−Z	T.d.
u	1	2	1	0	0	0	10
V.S. p	$\boxed{1}$ pivot	−1	0	1	0	0	2
h	−1	1	0	0	1	0	3
−Z	−5	−4	0	0	0	1	0

V.e.

V.b.	x	y	u	p	h	−Z	T.d.
u V.A.	0	$\boxed{3}$ pivot	1	−1	0	0	8
x	1	−1	0	1	0	0	2
h	0	0	0	1	1	0	5
−Z	0	−9	0	5	0	1	10

V.b.	x	y	u	p	h	−Z	T.d.
y	0	1	1/3	−1/3	0	0	8/3
x	1	0	1/3	2/3	0	0	14/3
h	0	0	0	1	1	0	5
−Z	0	0	3	2	0	1	34

Tous les coefficients de la dernière ligne de ce dernier tableau sont non-négatifs, on est à l'optimum. La valeur optimale est Z=−34.

Une solution optimale est : x=14/3, y=8/3, les autres variables sont h=5 ; u=0 ; p=0.

3°) On a : u=0 donc la 1ère contrainte est saturée.

p=0 donc la 2ème contrainte est saturée

h=5 donc la 3ème contrainte est non saturée.