Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Département de statistique et Informatique

Contrôle continu de Mathématiques II

Année universitaire: 2007/ 2008

Exercice 01:

On considère les trois vecteurs de IR^3 suivants:

$u=(1, 2, 3); v=(2, -1, 4); w=(3, \alpha, 4)$ avec $\alpha \in IR$.

Pour quelles valeurs de α le système $\{u, v, w\}$ est libre?

Exercice 02:

On considère les trois vecteurs de IR^3 suivants:

$u=(1, 3, 2)$; $v=(1, -2, 0)$ et $w=(2, 1, 3)$.

1. Montrer que ces vecteurs forment une base de IR^3.

2. Déterminer les constantes réelles a et b de façon que le vecteur $X=(2, a, b)$ soit orthogonal aux vecteurs u et v.

Exercice 03:

Soit $M_3(IR)$ l'espace vectoriel des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels et soit

$$A = \left\{ M = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} / a, b, c \in IR \right\}$$

Montrer que A est un sous-espace vectoriel de $M_3(IR)$.

Exercice 04:

Soit A est sous-espace vectoriel de $M_3(IR)$ l'espace vectoriel des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels défini par:

$$A = \left\{ M = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} / \, a, b, c \in IR \right\}$$

Déterminer une base de A.

Quelle est la dimension de A?

Exercice 05:

Déterminer le rang de la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

M est-elle inversible? Justifier votre réponse.

Exercice 06:

Donner l'écriture matricielle et résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} x-y=2 \\ 2x+3y+4z=4 \\ x-4y+z=3 \end{cases}$$

Exercice 07:

Soit la matrice

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Calculer A^2 et vérifier que $A^2=A+2I$.
2. En déduire que A est inversible et exprimer la matrice inverse A^{-1} en fonction de A et de I.

Exercice 08:

Soit la matrice de format (2, 3) suivante:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Calculer $A.{}^tA$, $\det(A.{}^tA)$, et $(A.{}^tA)^{-1}$.
2. Vérifier que les matrices $A.{}^tA$ et $(A.{}^tA)^{-1}$ précédentes sont symétriques. Justifier par des formules.