Exercice 8 : page 21

1°) **Activités** — **Amplitudes**

Quantité ou Nbre Produit X à fabriquer → X

" " Produit Y à fabriquer → Y

" " Produit Z à fabriquer → Z

Fonction économique :

On note M la fonction économique ou la fonction objective à maximiser

Calcul des marges sur coûts variables :

pour X : $320 - 255 = 65$ DH

pour Y : $350 - 280 = 70$ DH

pour Z : $250 - 200 = 50$ DH

d'où $M = 65X + 70Y + 50Z$

Contraintes :

* Commerciales : $X \leq 500$; $Y \leq 400$; $Z \leq 600$

* De production :

Atelier U : $5X + 6Y + 4Z \leq 6700$

Atelier M : $8X + 8Y + 6Z \leq 10\,000$

Atelier F : $10X + 8Y + 5Z \leq 10\,800$

* De non négativité : $X \geq 0$; $Y \geq 0$; $Z \geq 0$

D'où le modèle Max $M = 65X + 70Y + 50Z$

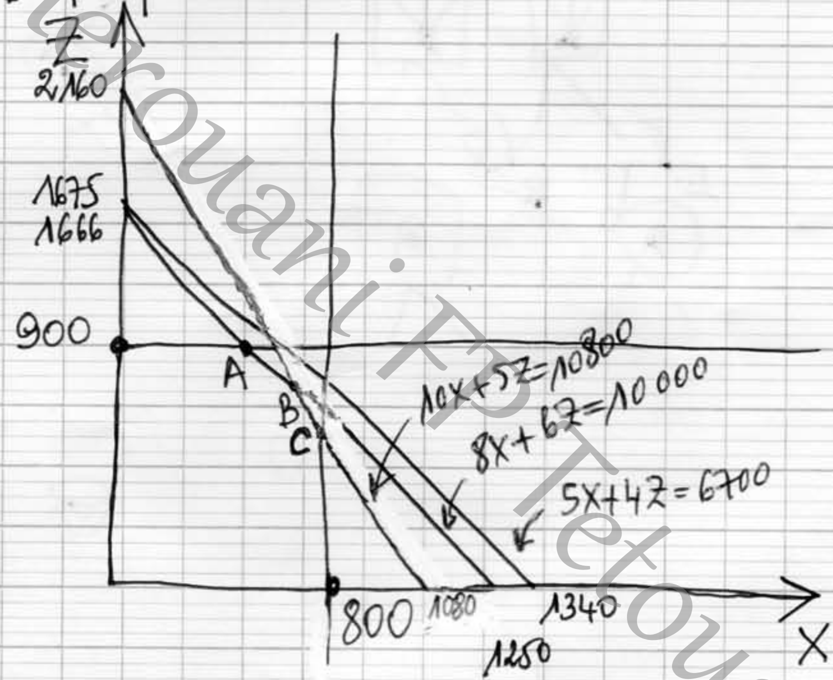
sujet à
$$\begin{cases} 5X + 6Y + 4Z \leq 6700 \\ 8X + 8Y + 6Z \leq 10000 \\ 10X + 8Y + 5Z \leq 10800 \\ 0 \leq X \leq 500 \\ 0 \leq Y \leq 400 \\ 0 \leq Z \leq 600 \end{cases}$$

2°) On élimine, donc, Y du programme et on introduit les changements pour X et Z. La fonction économique sera : Max $55X + 45Z$

Les contraintes deviennent :

$$X \leq 800$$
$$Z \leq 900$$
$$5X + 4Z \leq 6700$$
$$8X + 6Z \leq 10000$$
$$10X + 5Z \leq 10800$$
$$X, Z \geq 0$$

La méthode graphique, maintenant est valable avec deux variables



$5X + 4Z = 6700$

$X = 0 \Rightarrow Z = \frac{6700}{4} = 1675$

$Z = 0 \Rightarrow X = \frac{6700}{5} = 1340$

$8X + 6Z = 10000$

$X = 0 \Rightarrow Z = \frac{10000}{6} = 1666$

$Z = 0 \Rightarrow X = \frac{10000}{8} = 1250$

$10X + 5Z = 10800$

$X = 0 \Rightarrow Z = \frac{10800}{5} = 2160$

$Z = 0 \Rightarrow X = 1080$

* $A(x,z)$?

$z = 900$

Mais $8x + 6z = 10\,000$

$\Rightarrow 8x = 10\,000 - 6 \times 900 = 10\,000 - 5400$

$\Rightarrow x = \frac{4600}{8} = 575$

Alors $M = 575 \times 55 + 900 \times 45 = 72\,125$

* $B(x,z)$? $\begin{cases} 10x + 5z = 10800 \\ 8x + 6z = 10000 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 740 \\ z = 680 \end{cases}$

Alors $M = 740 \times 55 + 680 \times 45 = 71\,300$

* $C(x,z)$? $\begin{cases} 10x + 5z = 10800 \\ x = 800 \end{cases}$

$\Rightarrow z = 560$

Alors $M = 800 \times 55 + 560 \times 45 = 69200$

Donc la production optimale est celle qui correspond à $x = 575$ et $z = 900$ (point A) avec une marge de 72 125 DH