**Université Abdelmalek Essaâdi**
**Faculté Polydisciplinaire**
**Tétouan**

**Année Universitaire : 2007/2008**
**LF « Sc. Eco. & de Gestion »**
**2ème Semestre (S2)**

**Contrôle Final de Statistiques I**
**Durée : 2 heures.**



**Problème n°1 :**

Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires mensuels réalisés par une entreprise commerciale pendant 36 mois :

| Chiffres d'affaires (en 106 DH) | Nombre de mois (ni) |
|---|---|
| [3, 6[ | 7 |
| [6, 8[ | 6 |
| [8, 10[ | 5 |
| [10, 14[ | 8 |
| [14, 18[ | 6 |
| [18, 23[ | 4 |

1°) Calculer le mode et la moyenne de cette série statistique.
Cette distribution statistique est-elle symétrique ? Pourquoi ?
2°) Calculer sa variance et son écart type.
3°) Déterminer son coefficient de variation. **Conclure**.

**Problème n°2 :**

Pour une même durée de travail, les salaires d'une entreprise se répartissent comme suit :

| Salaires en dirhams | Nombre de personnes |
|---|---|
| De 3000 à 4000 | 11 |
| De 4000 à 5000 | 26 |
| De 5000 à 6000 | 63 |
| De 6000 à 7000 | 81 |
| De 7000 à 8000 | 35 |
| De 8000 à 9000 | 21 |
| De 9000 à 10 000 | 13 |

1°) Déterminer le salaire médian.
2°) Déterminer la médiale.
3°) Tracer la courbe de concentration de Lorenz et calculer l'indice de Gini. **Conclure**.

## Problème n°1 :

| $[e_{i-1}, e_i[$ | $n_i$ | $a_i$ | $h_i = \frac{n_i}{a_i}$ | $c_i$ | $n_i c_i$ | $c_i^2$ | $n_i c_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [3, 6[ | 7 | 3 | 2,33 | 4,5 | 31,5 | 20,25 | 141,75 |
| [6, 8[ | 6 | 2 | 3 | 7 | 42 | 49 | 294 |
| [8, 10[ | 5 | 2 | 2,5 | 9 | 45 | 81 | 405 |
| [10, 14[ | 8 | 4 | 2 | 12 | 96 | 144 | 1152 |
| [14, 18[ | 6 | 4 | 1,5 | 16 | 96 | 256 | 1536 |
| [18, 23[ | 4 | 5 | 0,8 | 20,5 | 82 | 420,25 | 1681 |
| | 36 | | | | 352,5 | | 5209,75 |

1°) • $M_o$ ?

La classe modale est $[6,8[$

* Si On applique la formule

$$M_o = e_{i-1} + \frac{h_{i+1}}{h_{i-1} + h_{i+1}} a_i$$

$$M_o = 6 + \frac{2,5}{2,33 + 2,5} \times 2$$

$$\boxed{M_o = 6,21 \in [6,8[}$$

* Par la formule

$$M_o = e_{i-1} + \frac{h_i - h_{i-1}}{(h_i - h_{i+1}) + (h_i - h_{i-1})} a_i$$

$$= 6 + \frac{3 - 2,33}{(3 - 2,5) + (3 - 2,33)} \times 2$$

$$\boxed{M_o \simeq 7,14 \in [6,8[}$$

• $\bar{x}$ ?

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum n_i c_i = \frac{392,5}{36}$$

$$\boxed{\bar{x} = 10,9}$$

Par le coeff. de Pearson $A_p = \dfrac{\bar{x} - M_o}{\sigma(x)}$

ou tout simplement en comparant

$\bar{x} = 10,9$ et $M_o = 7,14$, on voit que

$A_p \neq 0$, donc cette série n'est pas symétrique

2°) $Var(X) = \left(\frac{1}{N} \sum c_i^2 n_i\right) - \bar{x}^2$

$= \dfrac{5209,75}{36} - (10,9)^2 = 144,71 - 118,81$

$= 25,9$

$\sigma(x) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{25,9} = 5,9$

3°) $C_V = \dfrac{\sigma(X)}{\bar{X}} = \dfrac{5,9}{10,9} = 0,54 \longrightarrow 54\%$

Distribution moyennement dispersée.

## Problème n°2 :

| $[e_{i-1}, e_i[$ | $n_i$ | $n_{icc}$ | $c_i$ | $n_i c_i$ | $(n_i c_i)c\uparrow$ | $p_i = \frac{n_{icc}}{N} \cdot 100$ | $q_i = \frac{(n_i c_i)c\uparrow}{\sum n_i c_i} \cdot 100$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [3000, 4000[ | 11 | 11 | 3500 | 38500 | 38500 | 4,4 | 2,42 |
| [4000, 5000[ | 26 | 37 | 4500 | 117000 | 155500 | 14,8 | 9,76 |
| [5000, 6000[ | 63 | 100 | 5500 | 346500 | 502000 | 40 | 31,51 |
| [6000, 7000[ | 81 | 181 | 6500 | 526500 | 1028500 | 72,4 | 64,56 |
| [7000, 8000[ | 35 | 216 | 7500 | 262500 | 1291000 | 86,4 | 81,04 |
| [8000, 9000[ | 21 | 237 | 8500 | 178500 | 1469500 | 94,8 | 92,25 |
| [9000, 10 000[ | 13 | 250 | 9500 | 123500 | 1593000 | 100 | 100 |
| | 250 | | | 1593000 | | | |

## 1°) Médianne Mé ?

$\frac{N}{2} = \frac{250}{2} = 125$, cette valeur n'existe pas parmi les $n_i cc$

La valeur qui dépasse 125 pour la premiere fois est 181 elle correspond à la classe [6000, 7000[, donc la classe médianne est $\left(\begin{matrix}[6000, 7000] \\ [e_{i-1}, e_i]\end{matrix}\right.$, et on applique la formule :

$$Mé = e_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - n_{i-1} c\uparrow}{n_i} a_i$$

$$= 6000 + \frac{125 - 100}{81} \times 1000$$

$$= 6000 + 308,642 \simeq \underline{\underline{6308,642}} \in [6000, 7000]$$

$$\simeq 6309 \text{ DH}$$

## 2°) Médiale Ml ?

$\frac{\sum n_i c_i}{2} = \frac{1593\,000}{2} = 796500$, on cherche cette valeur parmi les $(n_i c_i) c\uparrow$, on ne la trouve pas ! la 1ère valeur qui la dépasse est 1028500. Donc la classe médiale est $\begin{matrix}[6000, 7000[ \\ [e_{i-1}, e_i[\end{matrix}$

On applique la formule :

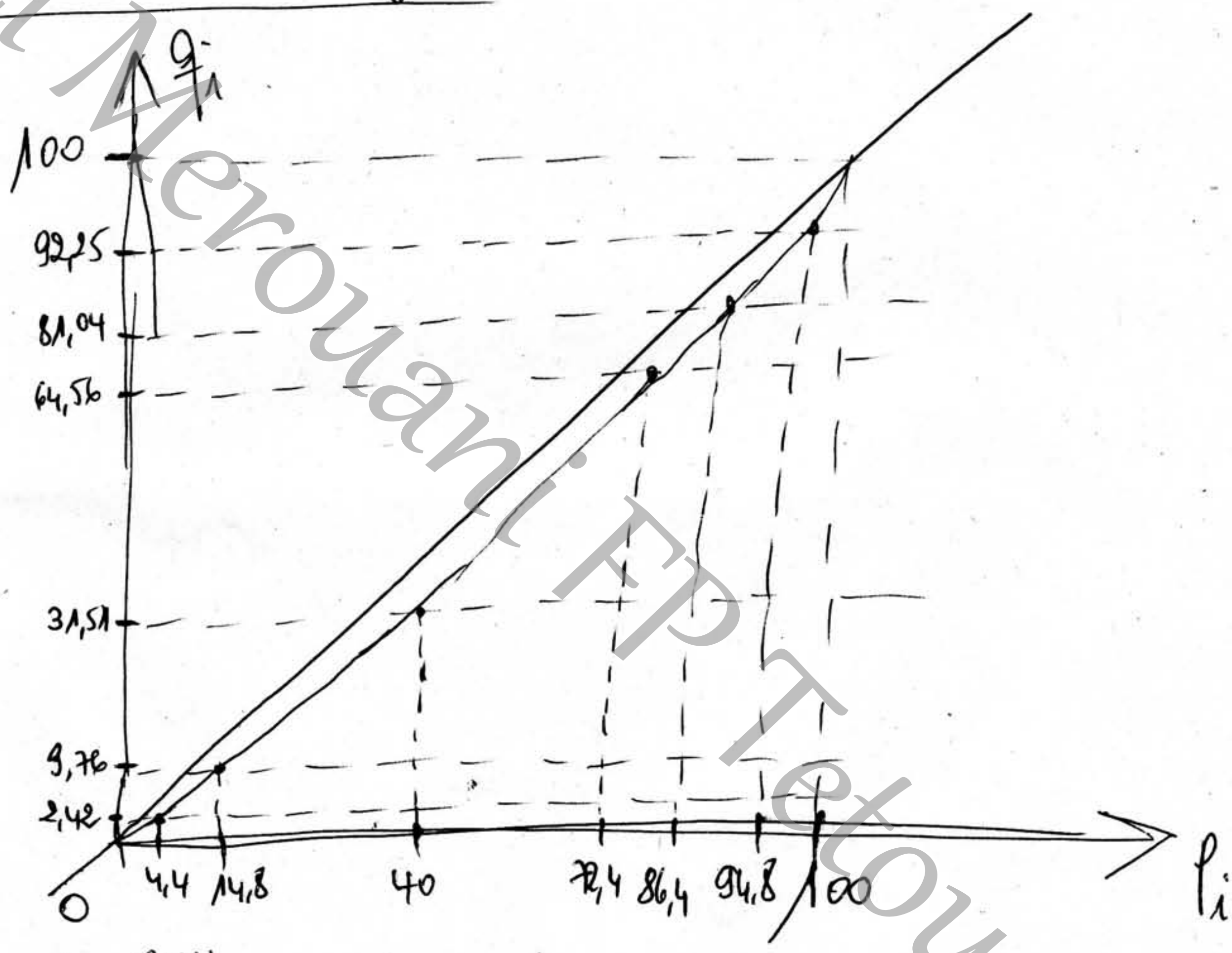
$$Ml = e_{i-1} + \frac{\frac{\sum n_i c_i}{2} - (n_{i-1} c_{i-1}) c\uparrow}{n_i c_i} a_i$$

$$Ml = 6000 + \frac{796500 - 502000}{526500} 1000$$

$$= 6000 + 559,354$$

$$\simeq 6559,354 \simeq 6559 \text{ DH}$$

3°) Courbe de Lorenz :




Indice de GINI :

$$I_G = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k-1} q_i}{\sum_{i=1}^{k-1} p_i} = 1 - \frac{281,54}{312,8}$$

$$= 1 - 0,9$$

$$\simeq 0,09 \simeq 0,1$$

faible concentration