

Contrôle final de Statistique I
(Durée 2 heures)

Exercice 1 :

Une enquête sur la mobilité a donné la répartition suivante (exprimée en %) pour une population d'individus domiciliés à la région Tanger-Tétouan, selon la distance entre le domicile et le lieu de travail (distance exprimée en kilomètres) :

Distance (en km)	Tétouanais (en %)	Tangérois (en %)
[0, 2[5.7	3.1
[2, 6[12.0	7.7
[6, 10[6.3	6.8
[10, 15[8.1	4.6
[15, 25[11.0	6.8
[25, 50[11.2	5.4
[50, 60[7.8	3.5

1. Calculez la distance moyenne parcourue par un travailleur tétouanais et par un tangérois.
2. Déterminez la variance et l'écart-type des distances parcourues par un travailleur tétouanais et par un tangérois.
3. Calculer le coefficient de variation pour les distances parcourues par un travailleur tétouanais et pour celles parcourue par un tangérois. Conclure.

Exercice 2 :

On étudie les revenus (Annuels en milliers de dirhams) d'un ensemble de familles d'un quartier de Tétouan, les données sont regroupées dans le tableau suivant :

Revenus annuels (en 10 ³ DH)	[18 ; 30[[30; 36[[36 ; 42[[42 ; 54[[54 ; 60[[60 ; 66[
Effectifs	13	219	20	46	50	82

1. Préciser les caractéristiques de cette série (population, taille ou l'effectif total, individu, caractère étudié, type de caractère et modalités).
2. Calculer la moyenne \bar{x} de cette série statistique
3. Dresser l'histogramme de cette série statistique puis représenter son polygone.
4. Déterminer le mode M_o de cette série, graphiquement et par le calcul.
5. Calculer la médiane $Mé$ de cette série statistique en explicitant vos calculs.
6. La série étudiée est-elle symétrique ou asymétrique ? Justifier votre réponse. Pouvait-on prévoir ce résultat?

Bonne Chance !

Stat. C.F. 03

Ex. 1 :

Distance (en km)	f_i Tétouan	f_i Tanger	C_i
[0,2[0,057	0,031	1
[2,6[0,12	0,077	4
[6,10[0,063	0,068	8
[10,15[0,081	0,046	12,5
[15,25[0,11	0,068	20
[25,50[0,112	0,054	37,5
[50,60[0,078	0,035	55

$f_i C_i$ Tet	$f_i C_i$ Tanger
0,057	0,031
0,48	0,308
0,504	0,544
1,0125	0,575
2,2	1,36
4,2	2,025
4,29	1,925
$\Sigma = 12,7435$	6,768

C_i^2	$C_i^2 f_i$ Tet	$C_i^2 f_i$ Tang
1	0,057	0,031
16	1,92	1,232
64	4,032	4,352
156,25	12,656	7,1875
400	44	27,2
1406,25	157,5	75,9375
3025	235,95	105,875
$\Sigma =$	456,115	221,815

$$(A) \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i n_i = \sum f_i c_i$$

Tétou: $\bar{x} = 12,7435$

Tang: $\bar{x} = 6,768$

$$(B) \quad \text{Var}(X) = \left(\sum c_i^2 f_i \right) - \bar{x}^2$$

Tét: $\bar{x}^2 = 162,397$

$$\text{Var}(X) = 456,115 - 162,397 = 293,718$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{293,718} = 17,138$$

Tang: $\bar{x}^2 = 45,806$

$$\text{Var}(X) = 176,009 \Rightarrow \sigma(X) = 13,267$$

$$3) \quad C_v(\text{tét}) = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{17,138}{12,7435} = 1,345$$

$$C_v(\text{tang}) = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{13,267}{6,768} = 1,960$$

tang est plus dispersée que tet.

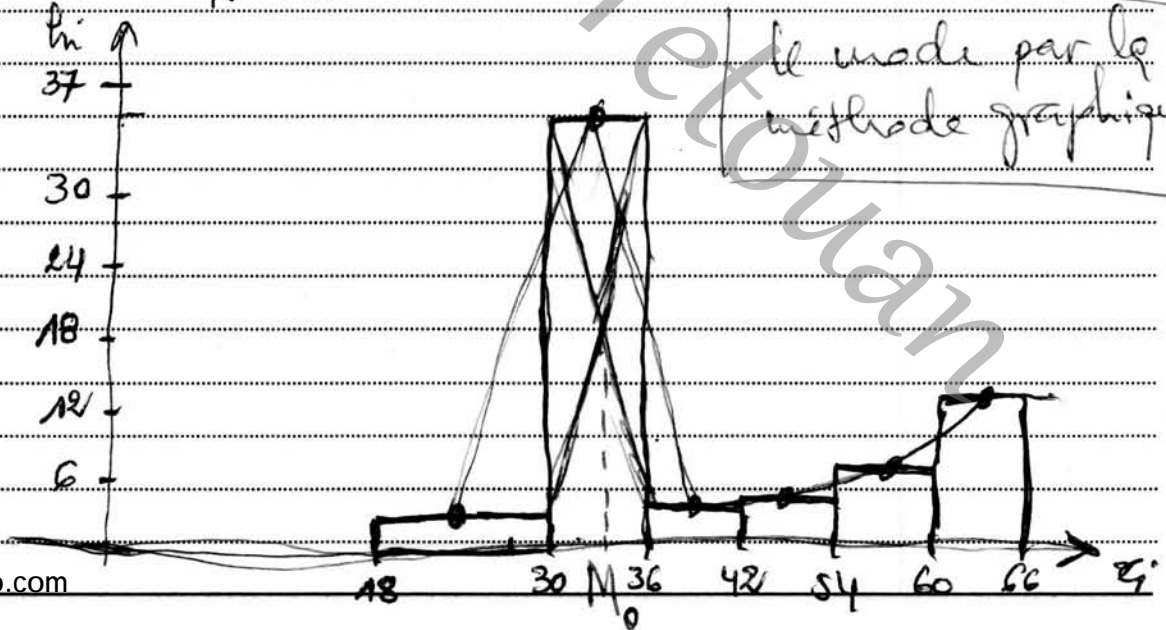
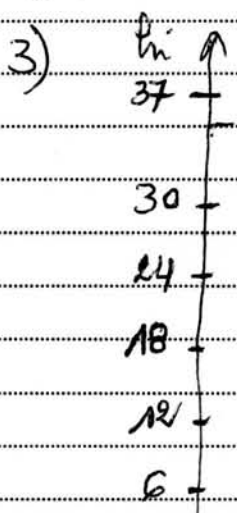
Exercice 2

$[l_{i-1}, l_i]$

$[18, 30[$
 $[30, 36[$
 $[36, 42[$
 $[42, 54[$
 $[54, 60[$
 $[60, 66[$

n_i	c_i	$n_i c_i$	a_i	$h_i = \frac{n_i}{a_i}$	n_{acc}
13	24	312	12	1,083	13
219	33	7227	6	36,5	232
20	39	780	6	3,333	252
46	48	2208	12	3,833	298
50	57	2850	6	8,333	348
82	63	5166	6	13,667	430
N = 430		18543			

2) $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^6 n_i c_i = 43,123$



4°) le mode M_o (par le calcul):

la classe modale est celle qui correspond à h_i la plus élevée ($h_i = 36,5$):

c'est $[30, 36[$ et on applique la formule

$$M_o = e_{i-1} + \frac{h_{i+1}}{h_{i-1} + h_{i+1}} a_i$$

$$M_o = 30 + \frac{3,333}{1,083 + 3,333} \times 6 =$$

$$= 30 + \frac{3,333}{4,416} \times 6 = 30 + 4,528 = 34,528$$

5°) La médiane M_e :

$\frac{N}{2} = \frac{430}{2} = 215$ cette valeur ne se trouve pas exactement parmi les $n_{i,c}$, mais la 1^{ère} valeur qui le dépasse est 232, elle correspond à $[30, 36[$ (la classe médiane) et on applique la formule:

$$M_e = e_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - n_{(i-1),c}}{h_i} a_i$$

$$M_e = 30 + \frac{215 - 13}{6} \times 6 = 30 + 5,224 = 35,224$$

5) $\frac{N}{2} = \frac{430}{2} = 215$ cette valeur n'existe pas parmi les ncc.

⇒ la classe médiane est la classe qui correspond à ncc qui dépasse pour la 1^{ère} fois, la valeur 215,

c'est-à-dire $[30, 36[= [e_{i-1}, e_i[$ et ensuite on applique la formule

$$M_e = e_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - n_{i-1}cc}{h_i} \times h_i$$

$$M_e = 30 + \frac{215 - 13}{219} \times 6 = 30 + 0,9224 \times 6$$

$$= 30 + 5,534 = 35,534$$

6) Pour que cette série soit symétrique, il faut que $M_0 = \bar{x} = M_e$, mais on a :

$$\bar{x} = 43,123$$

$$M_0 = 34,528$$

$$M_e = 35,534$$

} ⇒ elle n'est pas symétrique car $M_0 \neq \bar{x} \neq M_e$

Bien sûr, on voit sur l'histogramme que la représentation graphique n'est pas symétrique.

(4)