Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Département de Statistique et Informatique

Année Universitaire 2009/2010
Filière : Sciences Éco. & Gestion
Semestre : Premier (S1)
Module : Méthodes Quantitatives 1

Contrôle final de Statistique Descriptive I
(Durée 2 heures)

©El Merouani FP Tetouan

Exercice 1 :

Une étude sur le chiffre d'affaires d'une population de PME a permis d'obtenir les résultats Suivants (en milliers de dirhams)

minimum	3500
moyenne	4900
Ecart-type	650
mode	4550
Intervalle interquartile	1100
médiane	4600
premier quartile	4100
étendue	5000

a) Parmi ces paramètres, indiquer celles qui sont des caractéristiques de position ou de tendance centrale et celle qui sont des caractéristiques de dispersion.

b) Quel est le chiffre d'affaires le plus fréquent et le plus grand dans cette population de PME?

c) Quel est le coefficient de variation de cette population de PME ? La population étudiée est-elle homogène ?

d) Donner le deuxième et le troisième quartile. Représenter le diagramme de Box & Wiskers ou la boîte de Tuckey.

Exercice 2 :

La distribution des demandeurs d'emploi selon le sexe et la classe d'âge dans une localité est la suivante :

Âge	Hommes	Femmes
[16 ; 26[	280	160
[26 ; 40[	310	310
[40 ; 50[	240	120
[50 ; 60[	420	530
[60 ; 65[	70	50

a) Déterminer l'âge moyen des hommes et l'âge moyen des femmes concernés par cette étude ? En déduire la moyenne globale

b) Déterminer la variance des âges des hommes et celle des âges des femmes en question.

c) Calculer la variance intra-sexe et inter-sexe de l'âge des demandeurs d'emploi dans cette localité ? En déduire sa variance globale

Exercice 3 :

Afin de réunir des éléments pour une politique de recrutement, une entreprise dresse quelques statistiques de personnel dont la suivante:

Tranche d'âge	15 à moins de 20	20 à moins de 25	25 à moins de 30	30 à moins de 35	35 à moins de 40	40à moins de 45
Effectif	5	40	60	50	30	15

a) Dresser un histogramme du personnel selon l'âge. Quel est la classe modale et calculer le mode de cette distribution par le calcul et graphiquement?

b) Tracer la courbe des effectifs cumulés. Déterminer la médiane de cette distribution par le calcul et graphiquement.

Bon courage !

www.elmerouani.jimdo.com

Année : 2009-2010

Correction du contrôle final de Statistique Descriptive 1

Exercice 1 :

Données :

$$x_{min} = 3500$$
$$\bar{x} = 4900$$
$$\sigma = 650$$
$$M_o = 4550$$
$$Q_3 - Q_1 = 1100$$
$$Mé = 4600$$
$$Q_1 = 4100$$
$$E = x_{max} - x_{min} = 5000$$

a)

paramètres de position ou de tendance centrale	paramètres de dispersion
$\bar{x}$	σ
M_o	$Q_3 - Q_1$
$Mé$	Q_1
	$E = x_{max} - x_{min}$

®El Merouani FP Tetouan

b) on a : $x_{max} = 5000 + x_{min}$

$= 5000 + 3500 = 8500$

Donc le chiffres d'affaires le plus grand est $\boxed{8500.000 \text{ DH}}$

Le chiffre d'affaire le plus fréquent est donné par le mode $M_o = 4550$

donc c'est $\boxed{4550\,000 \text{ DH.}}$

® El Merouani FP Tetouan

c) $C_V = \frac{\sigma}{\overline{X}} = \frac{650}{4900} = 0,133$

En pourcentage $C_V = \frac{\sigma}{\overline{X}} \times 100 = 13,3\ \%$

Comme $C_V < 30\ \%$, donc la population étudiée est homogène.

d) le deuxième quartile $Q_2 = Mé$

d'où $\boxed{Q_2 = 4600}$

on a : $Q_3 - Q_1 = 1100$

$\Rightarrow Q_3 = 1100 + Q_1$

$= 1100 + 4100$

$\Rightarrow \boxed{Q_3 = 5200}$

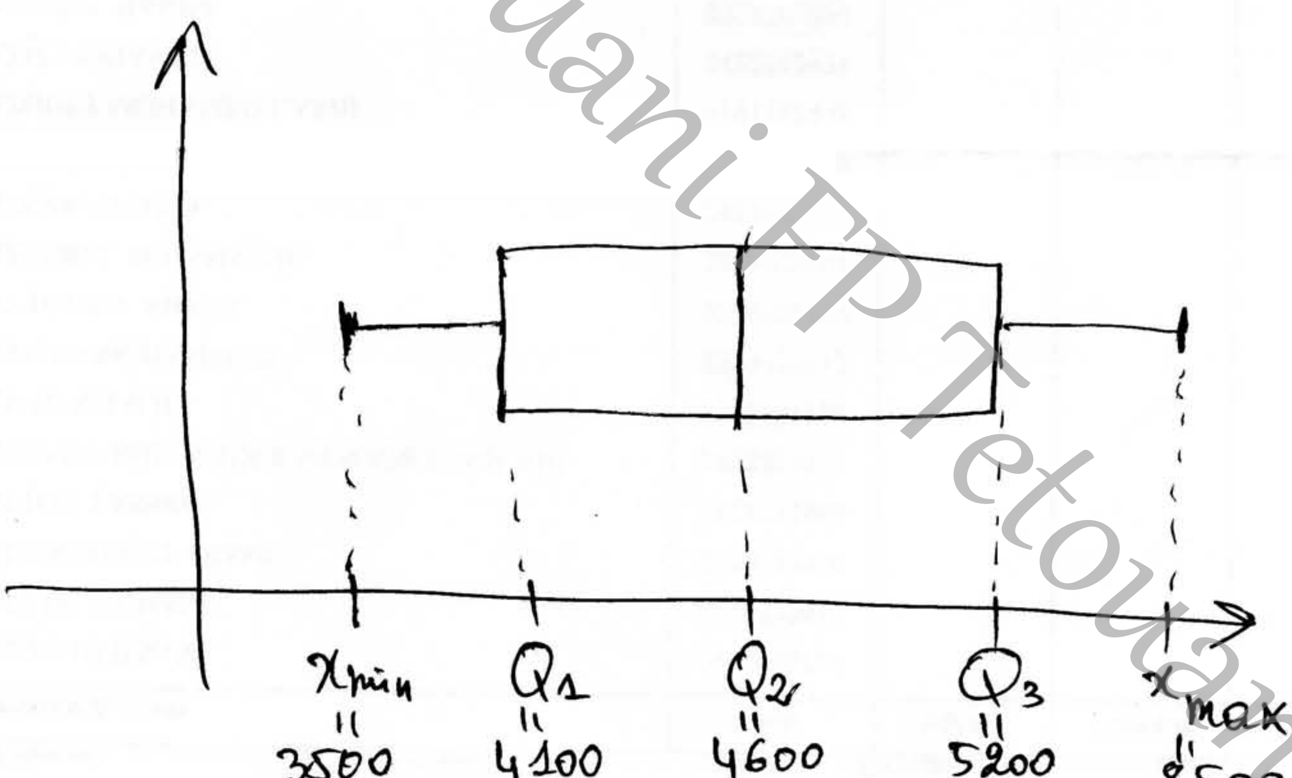


Diagramme de Tuckey

www.elmerouani.jimdo.com

®El Merouani FP Tetouan

Exercice 2 :

Âge	Hommes	Femmes
[16 ; 26[	280	160
[26 ; 40[	310	310
[40 ; 50[	240	120
[50 ; 60[	420	530
[60 ; 65[	70	50

a) Âge moyen des hommes : variable X_1

$[e_{i-1}, e_i[$	n_i	c_i	$n_i c_i$	c_i^2	$n_i c_i^2$
[16 ; 26[	280	21	5880	441	123480
[26 ; 40[	310	33	10230	1089	337590
[40 ; 50[	240	45	10800	2025	486000
[50 ; 60[	420	55	23100	3025	1270500
[60 ; 65[	70	62,5	4375	3906,25	273437,5
	N= 1320		54385		2491007,5

$$\boxed{\bar{X}_1 = \frac{1}{N} \sum n_i c_i = \frac{54385}{1320} = 41,20}$$

$$Var(X_1) = \left(\frac{1}{N} \sum n_i c_i^2\right) - \bar{X}_1^2 = \frac{2491007,5}{1320} - (41,20)^2$$

$$= 1887,13 - 1697,44$$

$$= \underline{189,69}$$

www.elmerouani.jimdo.com

® ElMerouani.FD.Tetouan

Âge moyen des femmes : Variable X_2

$[e_{i-1}, e_i[$	n_i	c_i	$n_i c_i$	c_i^2	$n_i c_i^2$
[16 ; 26[	160	21	3360	441	70560
[26 ; 40[	310	33	10230	1089	337590
[40 ; 50[	120	45	5400	2025	243000
[50 ; 60[	530	55	29150	3025	1603250
[60 ; 65[	50	62,5	3125	3906,25	195312,50
N_2	1170		51265		2449712,5

$$\boxed{\overline{X}_2 = \frac{1}{N}\sum n_i c_i = \frac{51265}{1170} = 43,82}$$

$$Var(X_2) = \left(\frac{1}{N}\sum n_i c_i^2\right) - \overline{X}_2^2 = \frac{2449712,5}{1170} - (43,82)^2$$

$$= 2093,77 - 1920,19 = \underline{173,58}.$$

Moyenne globale :

$$\overline{X} = \frac{1}{N}\left(N_1 \overline{X}_1 + N_2 \overline{X}_2\right)$$

$$N = N_1 + N_2 = 1320 + 1170 = 2490$$

$$\overline{X} = \frac{1}{2490}\left(1320 \times 41,20 + 1170 \times 43,82\right)$$

©El Merouani.FP Tetouan

www.elmerouani.jimdo.com

$$\bar{X} = \frac{1}{2490}(54\,384 + 51\,269{,}4) = \frac{105\,653{,}4}{2490}$$

$$\boxed{\bar{X} = 42{,}43}$$

c) Variance intra-sexe :

$$Var(X_i) = \frac{1}{N}\left[N_1 Var(X_1) + N_2 Var(X_2)\right]$$

$$= \frac{1}{2490}\left[1320 \times 189{,}69 + 1170 \times 173{,}58\right]$$

$$= \frac{1}{2490}\left[250390{,}8 + 203088{,}6\right]$$

$$= \frac{1}{2490}\left[453479{,}4\right] = \underline{\underline{182{,}12}}$$

Variance inter-sexe :

$$Var(\bar{X}_i) = \frac{1}{N}\left[N_1(\bar{X}_1 - \bar{X})^2 + N_2(\bar{X}_2 - \bar{X})^2\right]$$

$$Var(\bar{X}_i) = \frac{1}{2490}\left[1320(41{,}20 - 42{,}43)^2 + 1170(43{,}82 - 42{,}43)^2\right]$$

$$= \frac{1}{2490}\left[1320(-1{,}23)^2 + 1170(1{,}39)^2\right] = \frac{1}{2490}\left[1320 \times 1{,}51 + 1170 \times 1{,}93\right]$$

®El Merouani FPTetouan

$$Var(\overline{x_i}) = \frac{1}{2490}\left[1993,20 + 2258,1\right]$$

$$= \frac{4251,3}{2490} = 1,71$$

$$Var(globale) = \overline{Var(x_i)} + Var(\overline{x_i})$$

$$= 182,12 + 1,71$$

$$= 183,83$$

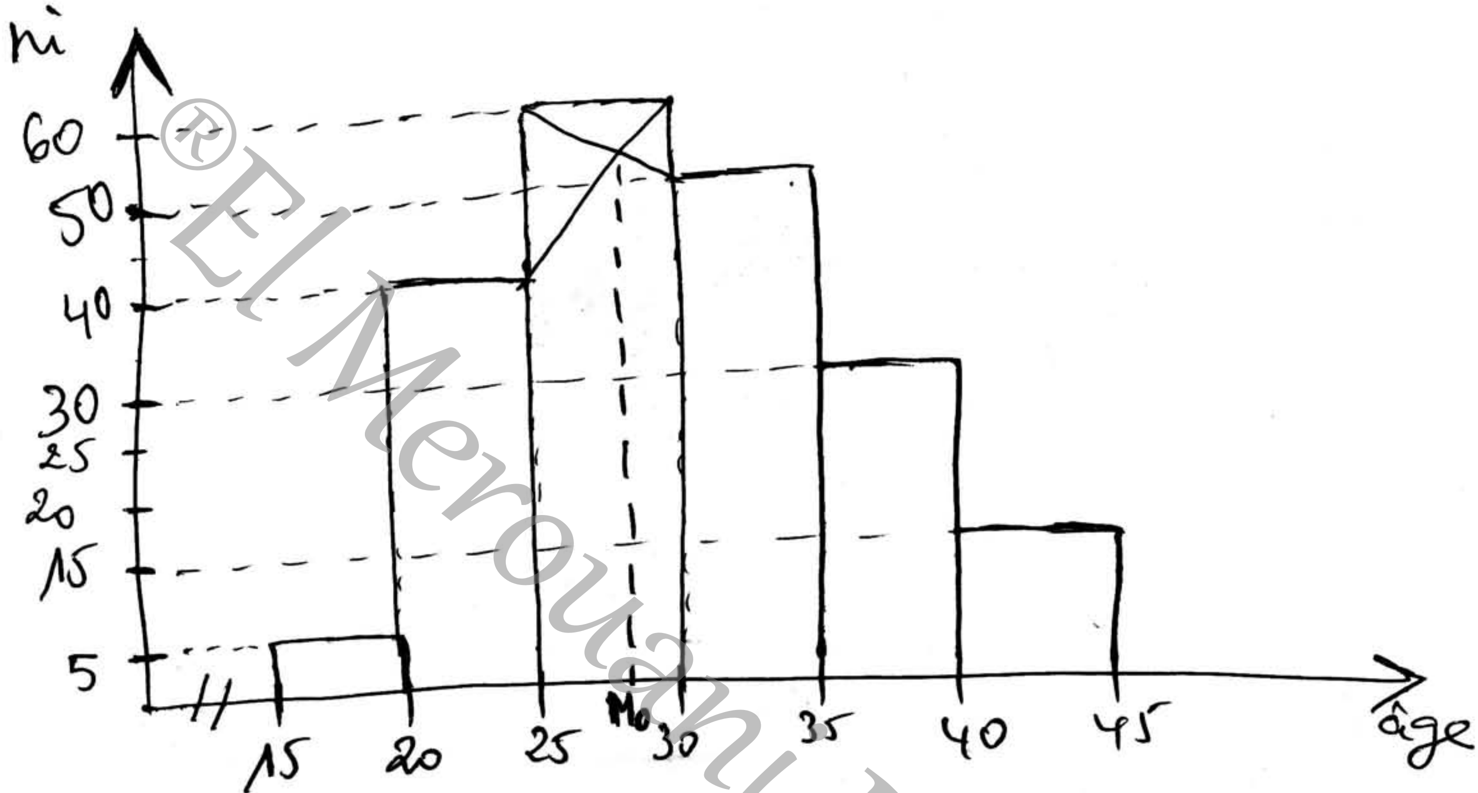
© El Merouani. FP Tetouan

Exercice 3 :

$[l_{i-1}, l_i[$	n_i	a_i	f_i	$f_i cc$	$f_i cd$	$n_i cc$	$n_i cd$
[15, 20[	5	5	0,025	0,025	1	5	200
[20, 25[	40	5	0,2	0,225	0,975	45	195
[25, 30[	60	5	0,3	0,525	0,775	105	155
[30, 35[	50	5	0,25	0,775	0,475	155	95
[35, 40[	30	5	0,15	0,925	0,225	185	45
[40, 45[	15	5	0,075	1,000	0,075	200	15
	200		1				

On remarque qu'on ait dans le cas des amplitudes égales.

a) l'histogramme du personnel selon l'âge on peut le représenter pour les n_i comme pour les f_i car on est dans le cas des amplitudes égales.



La classe modale est $[25,30[$

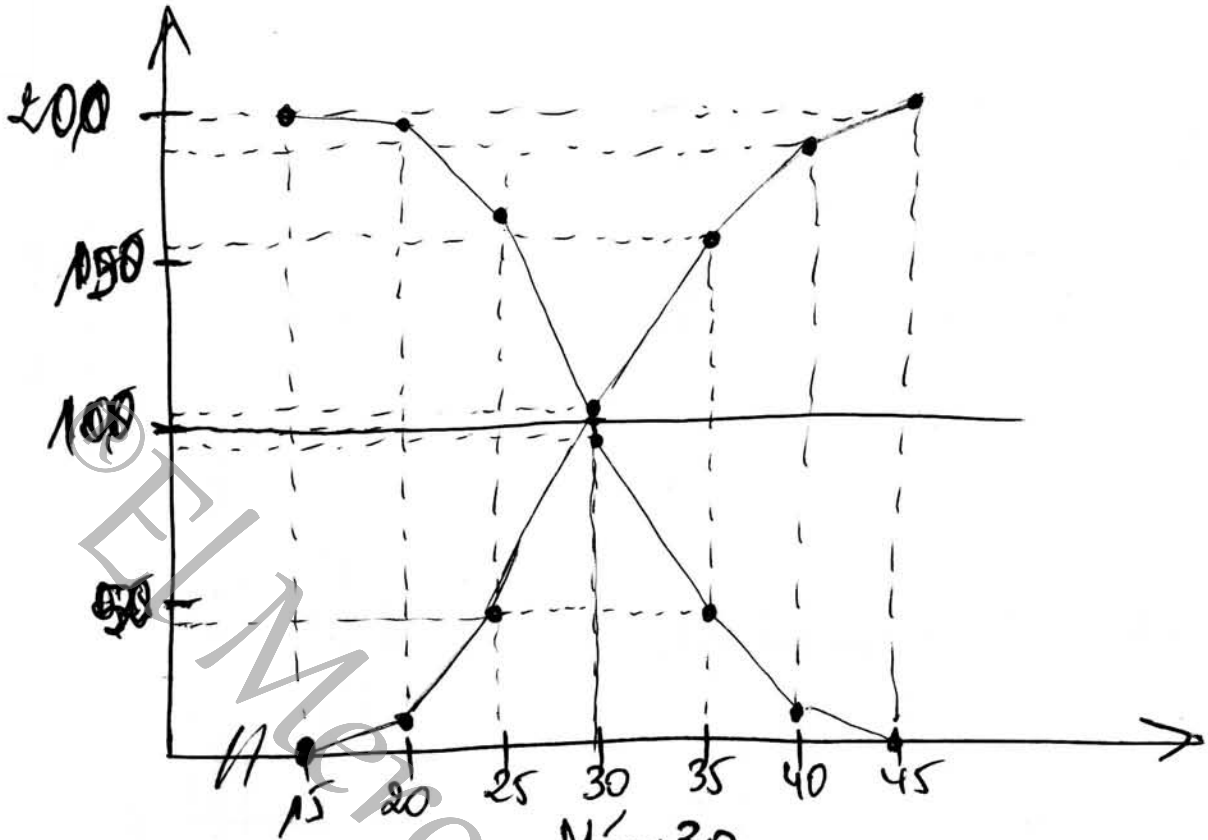
Calcul du mode : $M_0 = l_{i-1} + \frac{h_{i+1}}{h_{i-1} + h_{i+1}} a_i$

$$M_0 = 25 + \frac{0,25}{0,2 + 0,25} \times 5$$

$$= 25 + \frac{0,25}{0,45} \times 5 = 25 + 0,55 \times 5$$

$$= 25 + 2,75 = 27,75 \in [25,30[$$

®El Merouani FP Tetouan



Mé ≃ 30

Calcul de la médiane:

$$Mé = l_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - (n_{i-1})cc}{n_i} a_i$$

$\frac{N}{2} = \frac{200}{2} = 100$, cette valeur n'existe pas exactement parmi les n_icc ⇒ la classe médiane est la classe qui correspond à n_icc qui dépasse le premier la valeur $\frac{N}{2} = 100$, c'est-à-dire $[25, 30[= [e_{i-1}, e_i[$ et ensuite, on applique la formule.

$$Mé = 25 + \frac{100 - 45}{60} \times 5 = 25 + \frac{55}{60} \times 5$$

$$= 25 + 0{,}92 \times 5 = 25 + 4{,}58 = \underline{\underline{29{,}58}}$$

©El Merouani EP Tetouan