

# UNIVERSITÉ ABDELMALEK ESSAADI

---

**SESSION DU JUILLET, 2011**  
**Faculté Polydisciplinaire de Tétouan**

---

**MÉTHODES QUANTITATIVES IV**  
**ALGÈBRE II**

—

**(Durée: 01:30 heures)**

**NOTE:** Répondre à tous les exercices. Votre réponse doit être **justifiée rigoureusement**. Remplir la page 2 et la rendre avec vos démonstrations.

1. Vérifier si les vecteurs de  $M_2(\mathbb{R})$  sont linéairement indépendants ou non.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

(3 points)

2. Soit  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  une application linéaire telle que:

$$(1, 1, 0) \in \text{Ker}(f), \quad f(0, 1, 1) = (1, 0) \quad \text{et} \quad f(0, 0, 2) = (2, 2).$$

- (a) Déterminer  $f(x, y, z)$ .
- (b) Trouver la matrice associée à  $f$  relativement aux bases canoniques.
- (c) Trouver une base et la dimension du  $\text{Ker}(f)$  et  $\text{Im}(f)$ .
- (d) Trouver l'ensemble des vecteurs dont l'image est le vecteur  $(0, 1)$ . Est-il un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ ?

(10 points)

3. On considère la matrice  $E = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2\beta & 2 \\ 2 & -1 & -4 & \alpha \end{pmatrix}$ .

- (a) Calculer le rang de la matrice  $E$  selon les valeurs des paramètres réels  $\alpha$  et  $\beta$ .
- (b) Pour quelles valeurs des paramètres réels  $\alpha$  et  $\beta$ , existe au moins une solution du système d'équation linéaire  $Ax = B$  ( $(A/B) = E$ ). Trouver cette solution. (7 points)

Nom et prénom du candidat: \_\_\_\_\_ Code: \_\_\_\_\_

**Exercice 1.** les vecteurs de  $M_2(\mathbb{R})$  sont ils linéairement indépendants?:

**Exercice 2.**

(a)  $f(x,y,z) =$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

(c) Base de  $Im(f)$ : \_\_\_\_\_ Dimension?: \_\_\_\_\_

(c) Base de  $Ker(f)$ : \_\_\_\_\_ Dimension?: \_\_\_\_\_

(d) L'ensemble est: \_\_\_\_\_

(d) est - il un espace vectoriel?: \_\_\_\_\_

**Exercice 3.**

(a)  $rang(E) = \begin{cases} \dots & \text{si} \\ \dots & \text{si} \end{cases}$

(b) Système est compatible si: \_\_\_\_\_

(b) Solution: \_\_\_\_\_