

Contrôle Final de Statistique Descriptive II

Durée: 2 heures

**Exercice 1:** -----

Le prix et la quantité demandée d'un produit ont varié dans le temps comme suit:

Prix (x)	9	15	21	26	38	53
Demande (y)	35	47	67	88	121	152

- Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables x et y. Interpréter le résultat.
- Déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite de regression de y par rapport à x.
- Quelle sera la demande (y) lorsque le prix (x) aura atteint la valeur 60?

**Exercice 2:** -----

Une entreprise utilise pour ses fabrications trois types de matières premières qui sont notées respectivement A, B et C.

En 2000 et 2004, les prix observés et les quantités achetées par cette entreprise ont été les suivants:

Matières premières	2000		2004	
	Prix par tonne	Quantités achetées en tonnes	Prix par tonne	Quantités achetées en tonnes
A	800	10	900	6
B	500	4	700	4
C	600	5	600	8

- Calculer les indices élémentaires rendant compte de l'évolution des prix de chacune des matières premières entre 2000 et 2004. Interpréter les résultats.
- Calculer l'indice de Laspeyres des prix en 2004, avec base en 2000, dans le cas de l'indice des moyennes. Interpréter le résultat.
- Effectuer le même calcul que 2° mais pour rendre compte de l'évolution des quantités entre 2000 et 2004. Interpréter le résultat.

**Exercice 3:** -----

Le tableau ci-dessous donne les valeurs des indices trimestriels (base 2000) de la production d'une entreprise industrielle pour les années 2002 à 2005:

	1 <sup>er</sup> trimestre	2 <sup>ème</sup> trimestre	3 <sup>ème</sup> trimestre	4 <sup>ème</sup> trimestre
2002	94,2	105,3	103,5	127,5
2003	98,3	103,8	115,7	125,5
2004	100,9	110,7	106,6	126,3
2005	98,7	109,8	110,8	129,4

- Calculer les moyennes mobiles de longueur 4.
- Calculer les indices saisonniers pour chaque trimestre.
- Déterminer la variation résiduelle.
- Appliquer la méthode exponentielle de lissage avec  $\theta=0,25$ .
- Représenter sur le même graphique ces indices trimestriels, les moyennes mobiles de longueur 4 calculées en 1° et la série lissée par la méthode exponentielle avec  $\theta=0,25$  calculée en 5°. Conclure.

-----Bonne chance!

# Exercice 1 :

1°) Prix (x)	Demande (y)	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
9	35	-18	-50	324	2500
15	47	-12	-38	144	1444
21	67	-6	-18	36	324
26	88	-1	3	1	9
38	121	11	36	121	1296
53	152	26	67	676	4489
$\Sigma = 162$	510			1302	10062

$$\bar{x} = 27$$

$$\bar{y} = 85$$

$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
900
456
108
-3
396
1742
3599

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$r = \frac{3599}{\sqrt{1302 \times 10062}}$$

$$r = \frac{3599}{\sqrt{13100724}} = \frac{3599}{3619,492}$$

$$r = 0,994^{1/2}$$

Interpretation : il y a entre le prix et la demande, une forte corrélation positive  $^{1/2}$

2<sup>a</sup>)

$$\text{Soit } y = ax + b$$

Méthode des moindres carrés:

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{et } b = \bar{y} - a\bar{x}$$

D'en

$$a = \frac{3599}{1302} = 2,76$$

$$b = 85 - 2,76 \times 27 = 85 - 74,52 = 10,48$$

la droite de régression par la MMC est :

$$\boxed{y = 2,76x + 10,48}$$

2

3<sup>o</sup>)

$$x = 60 \Rightarrow y = 2,76 \times 60 + 10,48$$

$$\Rightarrow y = 165,6 + 10,48$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 176,08}$$

1

## Exercice 2:

1°)

$$I_{2004/2000}^A (\text{Prix}) = \frac{900}{800} \times 100 = 112,5$$

$$I_{2004/2000}^B (\text{Prix}) = \frac{700}{500} \times 100 = 140$$

$$I_{2004/2000}^C (\text{Prix}) = \frac{600}{600} \times 100 = 100$$

1

Elmerouani F.P. Tetouan

3

20)

$$L_{2004/2000}^{(P)} = \frac{\sum P_{2004}(i) \times Q_{2000}(i)}{\sum P_{2000}(i) \times Q_{2000}(i)} \times 100$$

$$= \frac{900 \times 10 + 700 \times 4 + 600 \times 5}{800 \times 10 + 500 \times 4 + 600 \times 5} \times 100$$

$$= \frac{9000 + 2800 + 3000}{8000 + 2000 + 3000} \times 100 = \frac{14800}{13000} \times 100$$

$$\approx 113,8$$

D'après ce résultat, les prix en 2004 ont évolué de 13,8 % par rapport à ceux en 2000. Pour les prix en 2004 sont 113,8 % ceux de 2000.

30)

$$L_{2004/2000}^{(Q)} = \frac{\sum Q_{2004}(i) \times P_{2000}(i)}{\sum Q_{2000}(i) \times P_{2000}(i)} \times 100$$

④

$$L_{2004/2000}(\rho) = \frac{6 \times 800 + 4 \times 500 + 8 \times 600}{800 \times 4 + 500 \times 4 + 600 \times 5} \times 100$$

$$\textcircled{P} = \frac{4800 + 2000 + 4800}{13000} \times 100 = \frac{11600}{13000} \times 100 = 89,23 \approx 89,2$$

D'après cet indice, les quantités ont diminué de 10,77%  
 $\approx 10,8\%$

1 1/2

### Conclusion:

- Diminution de la quantité de matière première A dont le prix a augmenté,
- Stagnation de la quantité de matière première B dont le prix a augmenté,
- augmentation de la quantité de matière première dont le prix a stagné.

1 1/2 etouan

5

# Exercise 3:

Dates t	Anúales	Trimestres	Indicador Y	MMY	$\frac{Y_t}{MMY}$	$X_t (\theta = 0,25)$	MMCY
1	1 (2002)	1	94,2	-	-	94,2	-
2		2	105,3	107,6	0,98	96,98	-
3		3	103,5	108,6	0,95	98,64	1084
4		4	127,5	108,3	1,18	105,83	-
5	2 (2003)	1	98,3	111,3	0,88	103,95	-
6		2	103,8	110,8	0,94	103,91	-
7		3	115,7	111,5	1,04	106,86	-
8		4	125,5	113,2	1,11	111,52	-
9	3 (2004)	1	100,9	110,9	0,91	108,86	-
10		2	119,7	111,1	1,00	109,32	-
11		3	106,6	110,6	0,96	108,64	-
12		4	126,3	110,3	1,14	113,06	-
13	4 (2005)	1	98,7	111,4	0,88	109,44	-
14		2	109,8	112,2	0,98	109,55	-
15		3	110,8	-	-	109,86	-
16		4	129,4	-	-	114,75	-

Q



2°) Indices saisonniers pour chaque trimestre :

voir tableau, d'abord, on calcule  $\frac{Y_t}{MM_4}$

puis, on regroupe les données par trimestre pour pouvoir voir les similarités pour chaque type de trimestre et les différences entre les différents type de trimestre.

Une fois, cela est fait, on calcule la moyenne des valeurs pour chaque trimestre pour éliminer ou épurer la variation aléatoire

Trimestres	1	2	3	4	
Années					
2002	-	0,98	0,95	1,18	
2003	0,88	0,94	1,04	1,11	
2004	0,91	1,00	0,96	1,14	
2005	0,88	0,98	-	-	Total
Moyennes	0,89	0,97	0,98	1,14	3,98
Indice Saisonnier	0,89	0,97	0,98	1,14	

la dernière étape consiste à ajuster les moyennes en divisant chacune d'elles par la somme des quatre moyennes, et en multipliant par 4 (nombre des trimestres de l'année), on obtient alors les indices saisonniers.

(7)



### 3: la variation résiduelle:

Une fois les indices saisonniers  $S_t$  déterminés, l'évaluation des variations résiduelles s'effectue en prenant le rapport des combinaisons  $(S_t \cdot R_t)$  à  $S_t$ . C'est ce à quoi on a procédé dans le tableau suivant:

Années \ Trimestres	1	2	3	4
2002	-	1,01	0,97	1,03
2003	0,99	0,97	1,06	0,97
2004	1,02	1,03	0,98	1,00
2005	0,99	1,00	-	-

### 4) Méthode de lissage exponentielle avec $\theta = 0,25$

$$X_1 = Y_1$$

$$X_2 = 0,25 Y_2 + 0,75 X_1$$

$$X_2 = 0,25 \times 105,3 + 0,75 \times 94,2 = 26,325 + 70,65 = 96,975$$

$$\vdots$$

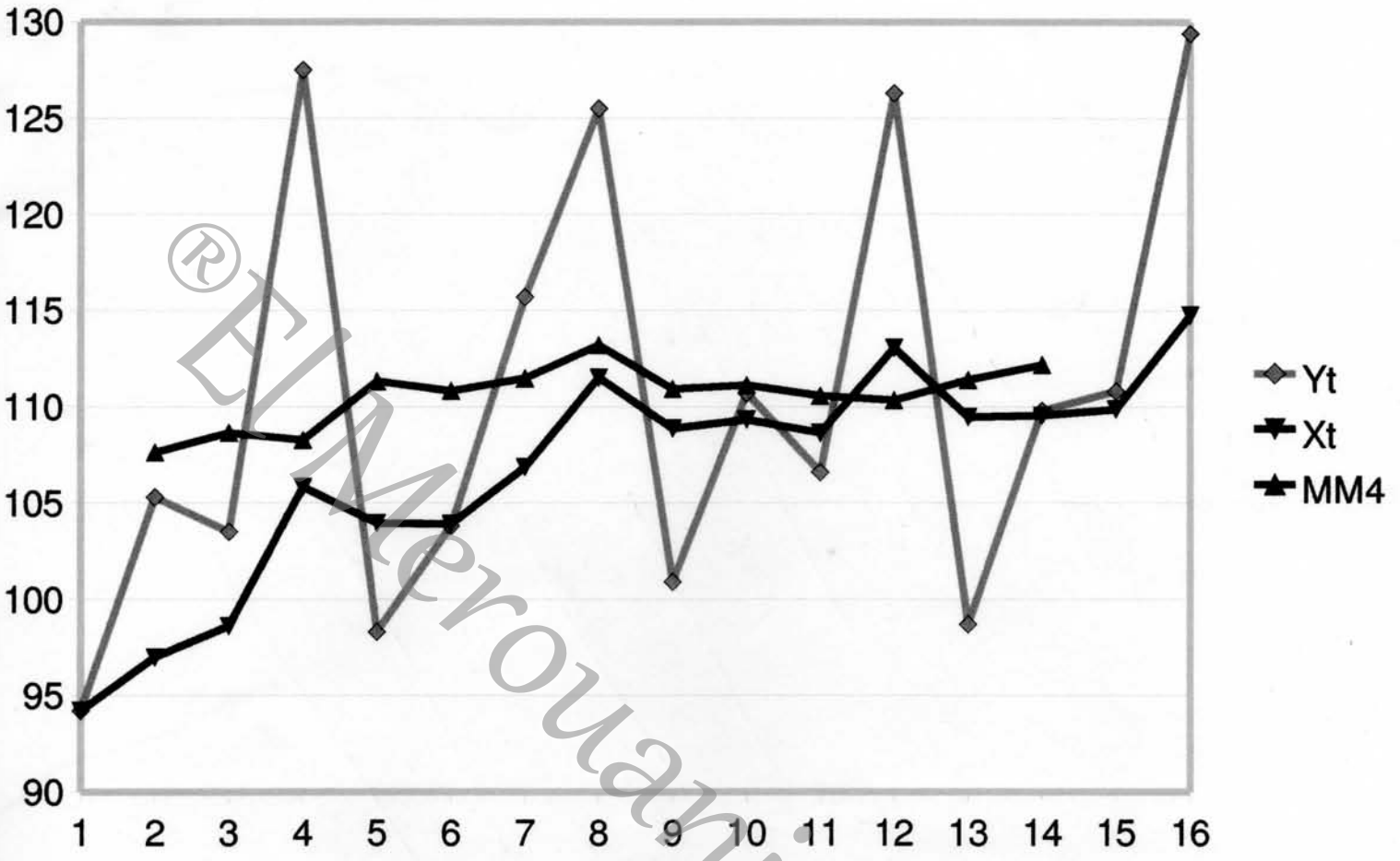
$$X_t = 0,25 Y_t + 0,75 X_{t-1} \rightarrow \text{colonne tableau 1}$$

$$X_3 = 0,25 \times 103,5 + 0,75 \times 96,97 = 25,875 + 72,7275 = 98,6025$$

$$X_4 = 0,25 \times 127,5 + 0,75 \times 98,60 = 24,375 + 73,95 = 98,325$$

8

5°



9

Les moyennes mobiles et la méthode exponentielle sont des méthodes de lissage de la série chronologique, la série lissée par ces deux méthodes contient moins de fluctuations aléatoires que la série brute,

® El Merouani FP Tetouan

10