Université Abdelmalek Essaâdi	Année Universitaire 2009/2010
Faculté Polydisciplinaire	Filière : Sc. Éco. & Gestion
Tétouan	Semestre : Deuxième (S2)
Département de Statistique	Module : Méthodes Quantitatives II
et Informatique	Élément : Statistique Descriptive II

Rattrapage

(Durée : 1/2 heure)

Résoudre, au choix, un de ces deux exercices :

Exercice 1 :

On dispose du tableau statistique suivant :

x_i	1	3	5	7	8	12
y_i	6	9	12	14	19	27

1. Donner la représentation graphique de y en fonction de x, et s'assurer qu'un ajustement linéaire de y par x semble légitime.
2. Donner par la méthode géométrique directe l'équation d'ajustement de y par x.
3. Calculer les moyennes arithmétiques $\bar{x}$ et $\bar{y}$ de x et y.
4. Effectuer ensuite l'ajustement par la droite des moindres carrés.
5. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables x et y et conclure.

Exercice 2 :

On donne les prix et les quantités de deux produits A et B dans deux villes 0 et 1.

Produits	Ville 0		Ville 1	
	Prix	Quantités	Prix	Quantités
A	100	100	10	80
B	10	50	200	80

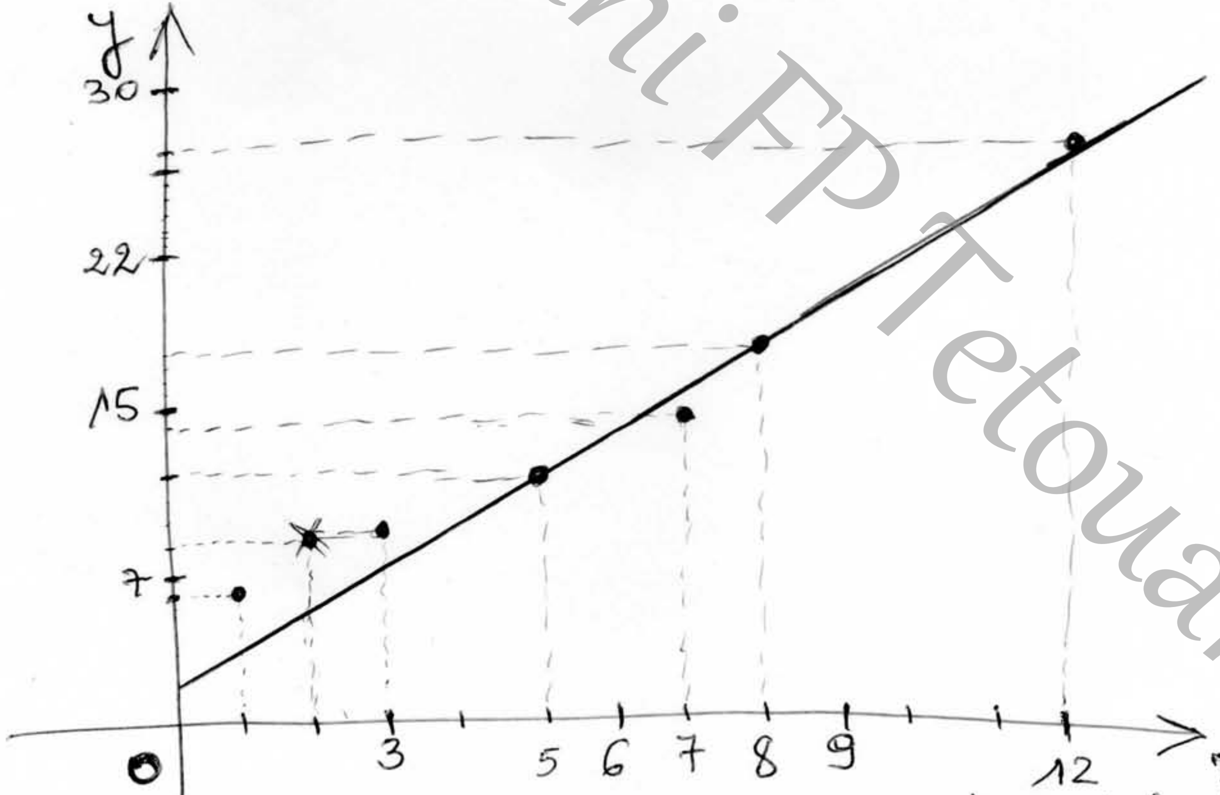
1) Calculer l'indice de Laspeyres des quantités de la ville 1 par rapport à la ville 0. D'après cet indice, quelle est la ville qui a le plus produit ?
2) Calculer un nouvel indice de Laspeyres, en prenant pour base la ville 1. Peut-on conclure de la même manière qu'au 1) ?
3) Calculer les indices de Paasche de bases les villes 0 et 1. Que peut-on conclure ?

Bonne chance !

Exercice 1 :

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	6	−5	−8,5	25	42,5	72,25
3	9	−3	−5,5	9	16,5	30,25
5	12	−1	−2,5	1	2,5	6,25
7	14	1	−0,5	1	−0,5	0,25
8	19	2	4,5	4	9	20,25
12	27	6	12,5	36	75	156,25
36	87			76	145	285,5

1-)



On voit clairement que le nuage de points s'étale linéairement et un ajustement linéaire de y par x semble légitime.

2. Recherche de l'éq de la droite d'ajustement par la méthode géométrique :

$$y = ax + b \qquad a? \qquad b?$$

Cette droite passe par les points $(5,12)$ et $(8,19)$ par exemple.

$$\Rightarrow \begin{cases} 5a + b = 12 & ① \\ 8a + b = 19 & ② \end{cases}$$

$$② - ① \Rightarrow 3a = 7 \Rightarrow \boxed{a = \frac{7}{3}}$$

$$① \Rightarrow b = 12 - 5a = 12 - 5 \cdot \frac{7}{3} = \frac{36 - 35}{3} = \frac{1}{3}$$

Donc la droite cherchée est d'éq. $\boxed{y = \frac{7}{3}x + \frac{1}{3}}$

$$y = 2{,}33x + 0{,}33$$

3. Les moyennes arithmétiques :

$$\bar{x} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} x_i \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} y_i$$

$$\bar{x} = \frac{36}{6} = 6 \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{87}{6} = 14{,}5$$

4. Ajustement par M.M.C :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{6}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{6}(x_i - \bar{x})^2} \quad \text{et} \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\Rightarrow a = \frac{145}{76} = 1{,}91 \quad \text{et} \quad b = 14{,}5 - 1{,}91 \times 6$$

$$= 14{,}5 - 11{,}46 = 3{,}04$$

5. le coefficient de correlation :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{6}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{6}(x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$r = \frac{145}{\sqrt{76 \times 285,5}} = \frac{145}{\sqrt{21698}} = \frac{145}{147,3}$$

$$\boxed{r = 0,98} \simeq 1$$

$\Rightarrow$ Forte corrélation positive entre x et y