

## Simulation par la méthode de rejet (2)

Prof. Mohamed El Merouani

<http://elmerouani.jimdo.com>

e-mail: m\_merouani@yahoo.fr

## Simulation des lois de probabilités discrètes:

- L'idée est la même que le cas continu.
- On veut simuler une v.a. discrète de fonction de probabilité  $\{P(X_i=x_i)=p_i, i \geq 0\}$ .
- Nous disposons d'une méthode plus efficace pour simuler une v.a. discrète Y de fonction de probabilité  $\{P(Y_i=y_i)=h_i, i \geq 0\}$ .
- Pour simuler à partir de X, premièrement on simule Y et on accepte les valeurs simulés de probabilité proportionnelle à  $p_i/h_i$

### Algorithme de rejet pour simuler des lois de probabilités discrètes:

- Soit  $c$  une constante telle que  $p_i/h_i \leq c$ , pour tout  $i$ .
- La méthode de rejet pour générer  $X$  est donnée par l'algorithme suivant:
  1. Faire  $i=1$
  2. Générer une valeur aléatoire  $u$  de la loi uniforme  $U(0,1)$ .
  3. Générer une v. a. discrète  $Y$  de loi  $\{h_i, i \geq 0\}$ .
  4. Si  $u \leq p_i/ch_i$ , faire  $x_i=y$ . Autrement, aller à l'étape 2

- Comme dans le cas continue, on peut montrer que la v.a.  $X$  a la loi de probabilité  $\{P(X_i=x_i)=p_i, i \geq 0\}$ .
- Dans chaque itération, on accepte la valeur (de forme indépendante) avec la probabilité  $1/c$  et le nombre moyen des itérations jusqu'à l'acceptation est  $c$ .

### Exemple:

- Soit  $X$  la v.a. discrète à simuler de loi de probabilité donnée par le tableau suivant:

$i$	1	2	3	4	5
$p_i$	0,19	0,20	0,18	0,22	0,21

- On peut appliquer la méthode d'inversion pour générer  $X$ .
- Mais, il résulte plus efficace d'appliquer la méthode de rejet en prenant pour la variable  $Y$  l'uniforme discrète en  $1, \dots, 5$  i.e.  $h_i = 1/5$  pour  $i = 1, \dots, 5$

### Exemple:

- Pour cette variable, on prend  $c = \max(p_i/h_i) = 1,1$  dans ce cas  $c \cdot h_i = 1,1/5 = 0,22$
- L'algorithme est donc:
  1. Faire  $i=1$
  2. Générer une valeur aléatoire  $u$  de la loi uniforme  $U(0,1)$ .
  3. Générer une v. a. discrète  $Y = \text{ent}(5U) + 1$ .
  4. Si  $u \leq p_i/0,22$ , faire  $x_i = Y$ . Autrement, aller à l'étape 2

### Exemple:

- Cette algorithme nécessite en moyen 1,1 itérations jusqu'à accepter une valeur pour la variable X.

© El Merouani FP Tetouan