UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAADI
ECOLE NORMALE SUPERIEURE
TETOUAN

Rapport d'exposée

Simulation

de la Gestion de stocks et file d'attente

Master spécialisé :

Gestion informatisée des entreprises

Réalisée par :

AMAJOUD Sarah
BOUGATA Loubna
BOUSOUF Kamar
KERROUDI Mariam

Encadré par:

Prof. El MEROUANI Mohamed

Introduction

La simulation repose sur l'exploitation d'un ensemble de modèles et méthodes permettant d'approcher, d'imiter, de simuler le comportement d'un système physique réel (*Law et Kelton, 1982*). Shannon (*Shannon, 1998*) considère que la simulation est à un modèle dynamique ce que l'expérimentation est à un système réel. Dans cette perspective où le modèle représente une certaine forme de compréhension d'un système de référence, la simulation est un ensemble de tests grâce auxquels il est possible pour un scientifique de raffiner cette compréhension et d'en tirer des connaissances nouvelles.

D'un point de vue plus informatique, Treuil et al. (*Treuil, 2008*) définissent la simulation comme « *l'activité au cours de laquelle, selon un protocole et avec un objectif précis, on utilise un simulateur pour faire évoluer les entrées d'un modèle dynamique, l'exécuter, et en recueillir les sorties. Tout modèle écrit en respectant le métamodèle associé au simulateur et comportant au moins un paramètre d'entrée peut se prêter à ce processus de simulation* ». Dans cet exposé on va essayer d'adopter cette définition ; afin de structurer notre solution, qui porte sur deux exemples « la gestion du stock » et « fil d'attente ».

I. Introduction à la simulation

Définition de la Simulation : méthode de mesure et d'étude consistant à remplacer un phénomène, un système par un modèle plus simple mais ayant un comportement analogue (Larousse). Le système ou phénomène analysé peut être schématisé sous forme d'un modèle mécanique, électronique ou logico-mathématique. Nous nous intéresserons ici uniquement à la représentation du système sous la forme d'un modèle informatisable.

L'objectif d'un modèle de simulation peut être simplement descriptif : étudier le comportement d'un système sous différentes hypothèses d'évolution de l'environnement, ou aussi normatif (décisionnel): en simulant plusieurs décisions envisagées choisir la meilleure ou la moins mauvaise.

1. Typologie des modèles de simulation

Une première segmentation possible des modèles de simulation peut se faire en fonction du type des connaissances que l'on a sur le système et son environnement. Si cette connaissance est certaine, on parlera de simulation déterministe; s'il est possible (en fonction des expériences passées ou de l'expérience) de probabilisé l'apparition de différents états, on parlera alors de simulation probabiliste.

- La simulation déterministe : est fréquemment utilisée pour la création de scénarii. L'utilisateur teste ainsi les conséquences de diverses hypothèses sur l'évolution du système et de son environnement (cf. les exercices d'introduction à Excel).

  La dynamique industrielle, inventée par Forrester, est un autre exemple de modèle de simulation déterministe; elle s'intéresse essentiellement aux systèmes cybernétiques, c'est-à dire aux systèmes avec boucle de feed-back.

  La boucle de feed-back envoie au "décideur" des informations sur le système et son environnement, qui lui permettent de modifier de façon automatique son action à chaque instant. Par exemple un thermostat capte la température ambiante, ce qui lui permet de régler le chauffage en fonction d'un objectif; une usine peut modifier sa production en fonction de la demande constatée sur le marché et du niveau de ses stocks.

- La simulation probabiliste : Dans ce cas, les événements qui apparaissent lors de l'évolution du système ne sont pas connus avec certitude, mais on est capable de probabilisé cette apparition: par exemple, dans une étude de files d'attente à un guichet, on peut donner la loi de probabilité du temps séparant deux arrivées et éventuellement aussi la loi de probabilité du temps de service.

Propriétés des modèles de simulation probabiliste

Un modèle de simulation probabiliste permet d'étudier le comportement temporel d'un système dont certains paramètres structurels sont donnés sous forme de loi de probabilité. Les caractéristiques des modèles de simulation probabiliste sont les suivantes :

- Environnement et le système : définis sur une période (jour, mois, année,..) divisée en sous périodes, le nombre de sous périodes peut être fixe (heure, jour,..)ou non (arrivée d'un client, fin de service,..) ; voir plus loin la différence entre simulation événement et simulation temps.
- Les décisions sont en nombre fini, ce nombre est souvent assez faible.
- Les paramètres structurels sont pour certains définis par des lois de probabilité (arrivées de clients à une caisse, temps de service, demande..), d'autres sont déterministes (coûts de production, coût d'un spot).
- Les variables d'état sont des variables aléatoires, c'est à dire que leurs valeurs suivent des lois de probabilités, qu'il n'est généralement pas possible de (ou que l'on ne sait pas) calculer analytiquement. Ces variables d'états sont définies soit au niveau de la sous-période (attente du dernier client arrivé, stock en début de sous période), puis sont éventuellement agrégées au niveau de la période.
- Les équations de fonctionnement sont les équations définissant le passage de la valeur d'une d'état d'une sous période à la sous période suivante.
- Le modèle d'évaluation porte donc sur des variables aléatoires (agrégation sur la période des variables d'état), plus précisément sur des paramètres de ces variables (moyenne, écart type, fractile).Il est donc nécessaire d'approcher la distribution des variables aléatoires de façon empirique en itérant le modèle d'une période.

II. Simulation d'un système de file d'attente à deux serveurs (Banks et al.)

Cet exemple va illustrer la procédure de simulation d'un système de file d'attente à deux serveurs. On considère un service de restauration où deux serveurs au volant enregistrent puis satisfont les commandes des automobilistes.

- Les voitures arrivent selon les données résumées au tableau 1.
- Le serveur I est plus rapide que le serveur II.
- Les distributions de leurs temps de service sont représentées par les tableaux 2 et 3

Distribution des inters arrivés :

temps inter arrivées (minutes)	probabilité	probabilité cumulative	nombre aléatoire assigné
1	0,25	0,25	01---25
2	0,4	0,65	26---65
3	0,2	0,85	66---85
4	0,15	1	86---00

Distribution des temps de services du serveur I :

temps de services (minutes)	probabilité	probabilité cumulative	nombre aléatoire assigné
2	0,30	0,30	01---30
3	0,28	0,58	31---58
4	0,25	0,83	59---83
5	0,17	1,00	84---00

Distribution des temps de services du serveur II :

temps der serivces (minutes)	probabilité	probabilité cumulative	nombre aléatoire assigné
3	0,35	0,35	01---35
4	0,25	0,60	35---60
5	0,20	0,80	61---80
6	0,20	1,00	81---100

La règle d'allocation des serveurs aux clients stipule que si les deux serveurs sont libres au même moment, c'est le serveur I qui a la priorité pour servir un nouveau client arrivant.

Maintenant, le problème est de voir si l'organisation actuelle fonctionne bien. Pour estimer les mesures de performance, une simulation d'1 heure d'opération est effectuée. Les évènements liés à ce système sont :

- Arrivée d'un client,
- Un client commence à être desservi par le serveur I,
- Un client finit d'être desservi par le serveur I,
- Un client commence à être desservi par le serveur II,
- Un client finit d'être desservi par le serveur II.

Les différentes étapes de la simulation sont données par le tableau suivant :

N des clients	temps des inter arrivées	serveur I	serveur II	temps de début de service (I)	temps de service (I)	temps de fin de service (I)	temps de début de service (2)	temps de service (2)	temps de fin de service (2)	temps d'attente dans la file
1	0	9	7	0	5	5				0
2	2	2	1				2	3	5	0
3	4	4	3	6	3	9				0
4	4	9	5	10	5	15				0
5	2	5	4				12	6	18	0
6	2	9	7	15	3	18				1
7	3	4	3	18	2	20				1
8	3	7	9	20	4	24				0
9	3	9	6				23	4	27	0
10	1	2	7	24	3	27				0
11	2	1	7	27	3	30				1
12	2	7	3				28	4	32	0
13	2	4	7	30	5	35				0
14	1	6	8				32	3	35	1
15	2	12	13	35	4	39				2
16	2	3	1				35	4	39	0
17	2	4	3	39	4	43				2
18	3	5	9				40	5	45	0
19	2	14	9	43	2	45				1
20	2	6	7	45	4	49				1
21	4	18	8				48	3	52	0
22	1	2	1	49	3	52				0
23	2	3	6				51	5	56	0
24	3	15	9	54	3	57				0
25	6	1	7				56	6	62	1
26	9	4	4	59	3	62				0
somme					56	530		43	371	11

L'analyse du tableau de simulation donne les résultats suivants :

1. Sur la période de 62 minutes, le serveur I était occupé 90% du temps (56/62=90%),

$$probabilité\ (serveur\ I\ occupé) = \frac{temps\ total\ de\ service\ du\ serveur\ I}{durée\ de\ la\ simulation} = \frac{56}{62} = 90\%$$

2. Le serveur II était occupé seulement 69%. La règle de service donne une priorité au serveur I,

$$probabilité\ (serveur\ I\ occupé) = \frac{temps\ total\ de\ service\ du\ serveur\ II}{durée\ de\ la\ simulation} = \frac{43}{62} = 69\%$$

3. 9 des 26 arrivées de clients (35%) observent une attente en file. Le temps moyen d'attente pour tous les clients est de 0.42 minutes, soit 25 secondes,

$$temps\ moyen\ d'attente = \frac{temps\ total\ d'attente\ en\ file}{nombre\ totale\ de\ client} = \frac{11}{26} = 0{,}42\ min$$

4. Les 9 clients en question ont attendu en moyenne 1.22 minutes (11/9=1.22), ce qui est raisonnable,

$$temps\ moyen\ d'attentede\ clien\ qui\ attendent = \frac{temps\ total\ d'attente\ en\ file}{nombre\ de\ client\ qui\ attendent}$$
$$= \frac{11}{9} = 1{,}22\ min$$

5. temps moyen entre les arrivées est 2.36 minutes, il est déterminé ainsi :

$$temps\ moyen\ des\ inter\ arrivées = \frac{somme\ de\ tous\ les\ temps\ inetr\ arrivées}{nombre\ des\ arrivées - 1} = \frac{59}{25} = 2{,}36\ min$$

6. Le temps moyen de service est déterminé ainsi :

$$temps\ moyen\ de\ service = \frac{somme\ de\ tous\ les\ temps\ de\ service}{nombre\ total\ de\ client} = \frac{56+43}{26} = 3{,}80\text{min}$$

7. En résumé, ce système semble équilibré. Un seul serveur ne peut pas satisfaire les arrivées de clients, et allouer trois serveurs est probablement excessif. Ajouter un serveur va réduire sûrement le temps d'attente à presque zéro. Cependant, le coût d'attente est généralement très grand, ce qui écarte la possibilité d'un serveur supplémentaire.

III. Gestion de stocks

On considère une entreprise distribuant un produit A dont la demande mensuelle suit une loi de probabilité uniforme sur l'intervalle de nombres entiers [400;1000] . Chaque mois l'entreprise envisage de commander 700 unités (quantité appelée **Commande**) qui seront disponibles le mois suivant. Le responsable commercial aimerait estimer les ruptures de stocks sur une année.

1. Construction d'un modèle annuel

Le système et l'environnement que nous étudions est constitué du magasin, des fournisseurs et des clients sur une année, divisée en mois puisque les commandes sont mensualisées. La décision que nous avons à prendre est le niveau de commande (actuellement 700). Les paramètres structurels sont ici simplement la demande qui est probabilisée, on pourrait aussi prendre en compte par exemple un coût unitaire de stockage mensuel moyen, un coût unitaire de rupture.

Les variables d'état sont les éléments qui permettent de suivre mensuellement la satisfaction de la demande, c'est à dire le stock initial, le stock final, le nombre de rupture et le pourcentage de demandes non satisfaites.

Les équations de fonctionnement permettent de calculer au cours du temps l'évolution de ces variables d'état.

Les conséquences retenues par le directeur sont les ruptures, c'est à dire le nombre total de ruptures annuelles et peut-être aussi le pourcentage annuel de demandes non satisfaite.

La mise en équation est la suivante.

Nous allons étudier dans un premier temps le système sur une année soit une période de 12 mois, puisque la demande est mensuelle.

- Simulation de la demande sur une année. Chaque mois la demande sera donnée par la formule : demande(m)=400+ENT(601*ALEA())
- Calcul des stocks initiaux et finaux du mois(m) :
  Stock_initial(m)=Stock_final(m-1)+Commande
  Stock_final(m)=Max(Stock_initial(m)-demande(m);0)
- Calcul de la quantité en rupture chaque mois :
  rupture(m)=Max(demande(m)-Stock_initial(m);0)
  %rupture(m)=rupture(m)/demande(m).

On peut alors écrire le modèle sous Excel, sur une feuille nommée Modèle. Les formules entrées sont les suivantes :

Exemple de simulation sur une année :

	A	B	C	D	E	F
1	Commande	700				
2					rup	
3	**Mois**	**Demande**	**Stock Initial**	**Stock Final**	**Rupture**	**% Rupture**
4	1	738	700	-38	38	5%
5	2	420	662	242	-242	-58%
6	3	996	942	-54	54	5%
7	4	878	646	-232	232	26%
8	5	939	468	-471	471	50%
9	6	405	229	-176	176	43%
10	7	702	524	-178	178	25%
11	8	802	522	-280	280	35%
12	9	824	420	-404	404	49%
13	10	541	296	-245	245	45%
14	11	746	455	-291	291	39%
15	12	484	409	-75	75	15%
16	**TOTAL**	8475		**Rupture Annuelle**	2202	
17				**% Annuel**		26%

Il nous reste à agréger sur l’année les variables d’état qui vont nous servir de conséquence, par exemple ici le nombre total de rupture sur l’année, ou le pourcentage annuel de rupture :

$$\text{rupture\_annuelle} = \sum_{m=1}^{12} \text{rupture}(m) \qquad \%\text{rupture\_annuelle} = \frac{\text{rupture\_annuelle}}{\sum_{m=1}^{12} \text{demande}(m)}$$

Toutefois, comme il a été dit précédemment, à chaque recalcule de la feuille de calcul, les valeurs changent, puisque l'aléa est recalculé. Pour obtenir des résultats utilisables pour la décision, il nous faut donc obtenir des renseignements sur la loi de probabilité des ruptures : par exemple la moyenne des ruptures par an, la fréquence des ruptures supérieures à 5% etc..

2. Itération du calcul

Il nous faut répéter la simulation annuelle un certain nombre de fois, soit en utilisant des tables pour stocker les résultats, soit en utilisant le mode itératif du tableur soit en programmant une macro.

Utilisation des itérations

Indiquons par exemple le calcul de la moyenne des ruptures annuelles.

Nous avons besoin de quatre cellules : une cellule drapeau, qui indiquera si les itérations sont commencées, une cellule pour la somme des ruptures obtenues entre l'itération 1 et l'itération N, une cellule contenant la moyenne des ruptures et enfin une cellule contenant le numéro de l'itération en cours.

Pour calculer la somme des ruptures entre l'itération 1 et N, nous utiliserons la formule :
somme_ruptures(N)=somme_ruptures(N-1)+ ruptures(N)
soit, en ne tenant pas compte des indices,: somme_ruptures=somme_ruptures+ruptures
la cellule somme_ruptures fait référence à elle-même, il ne faut donc pas oublier de l'initialiser à 0, avant que les itérations ne commencent. La formule contenue dans cette cellule sera alors : somme_ruptures**=si(drapeau=0;0;somme_ruptures+ruptures).**
D'où la nécessité d'un indicateur de début d'itération, contenu dans la cellule drapeau.
De la même façon, pour obtenir le numéro de l'itération en cours, on écrit la formule :
itération_en_cours**=si(drapeau=0;0;itération_en_cours+1).**

Enfin la moyenne des ruptures sera donnée pour éviter le message d'erreur #DIV/0 (à l'initialisation) par la formule :
moyenne_ruptures**=si(drapeau=0;0;somme_ruptures/itération_en_cours).**
Pour faire fonctionner le modèle, on choisit le mode de calcul manuel et le nombre d'itérations que l'on désire effectuer. On initialise ensuite les valeurs en mettant 0 dans la cellule drapeau, puis en appuyant sur F9. Pour effectuer les itérations on met 1 dans la cellule drapeau, puis on appuiera sur F9.

On obtient alors un tableau semblable à:

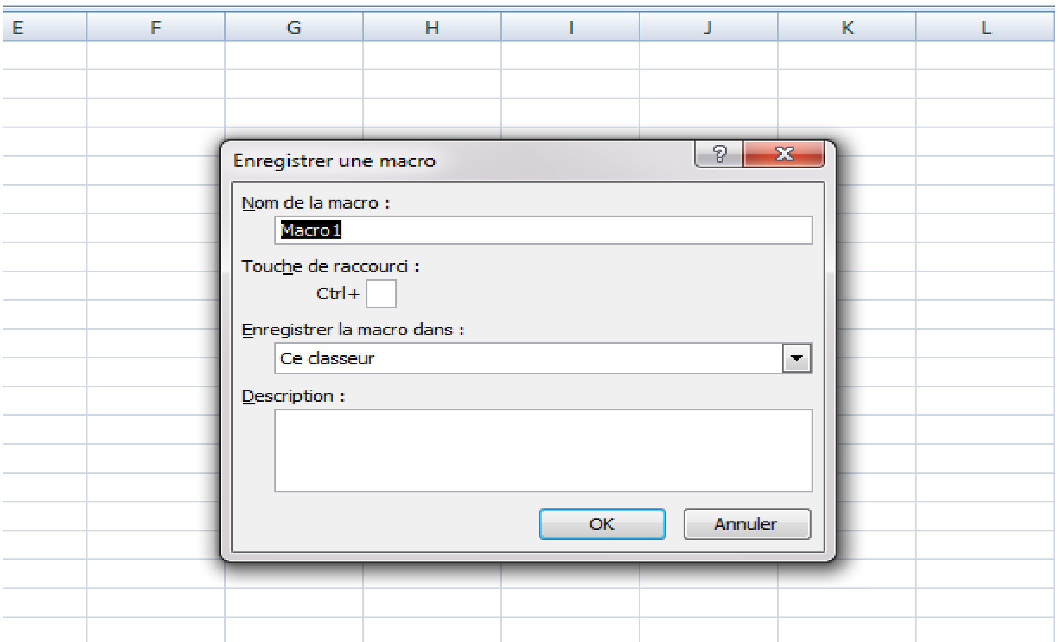
	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3	drapeau	9				
4	itération en cours	10				
5						
6	Mois	Demande	Stock Initial	Stock Final	Rupture	% Rupture
7	1	566	700	134	0	0%
8	2	562	834	272	0	0%
9	3	865	972	107	0	0%
10	4	430	807	377	0	0%
11	5	977	1077	100	0	0%
12	6	752	800	48	0	0%
13	7	457	748	291	0	0%
14	8	944	991	47	0	0%
15	9	870	747	0	123	14%
16	10	712	700	0	12	2%
17	11	427	700	273	0	0%
18	12	522	973	451	0	0%
19				somme R	135	
20	somme_ruptures	135				
21	Moyenne des Ruptures	11,25				

Remarque importante : lors de l'utilisation d'itération dans Excel il faut faire très attention à l'ordre de recalcule de la feuille, de façon à ce que les cellules soient bien mises à jour avec les nouvelle valeurs de chaque itération. Ceci rend délicat l'utilisation de cette méthode si l'on ne maîtrise pas bien l'ordre de recalcule des cellules.

3. Utilisation d'une macro

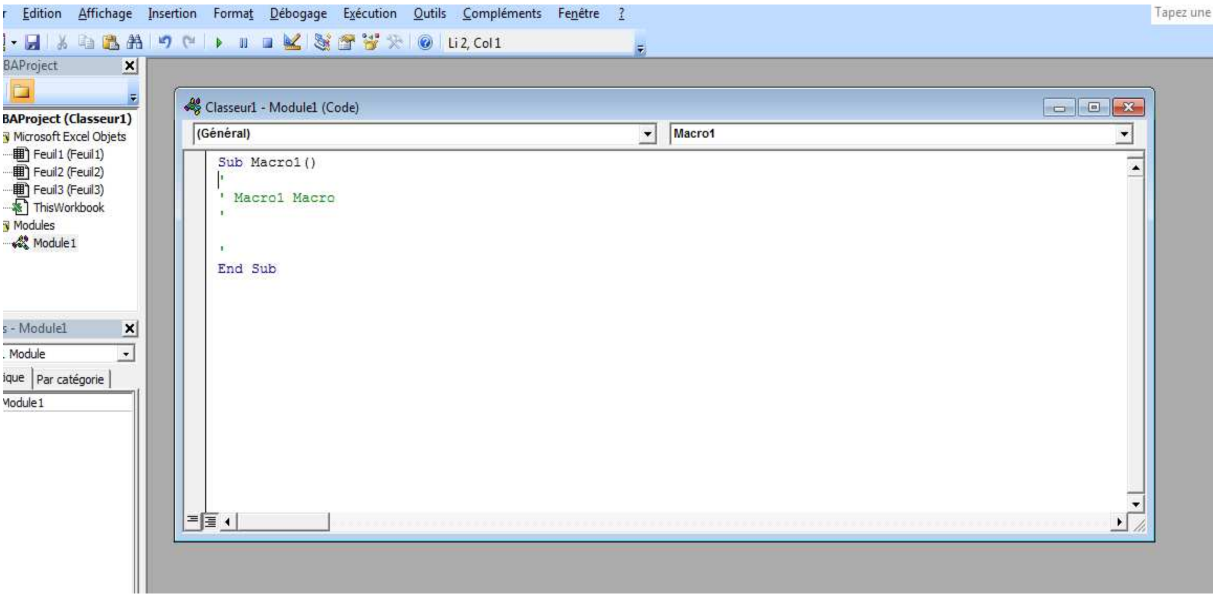
Tout d'abord il nous faut créer une feuille macro, pour cela nous passons dans le menu Macros... du bandeau de l'onglet Développeur.

Nous obtenons alors une boite de dialogue :



Après avoir tapé un nouveau nom de macro le bouton Créer est actif, il suffit de cliquer sur ce bouton pour se retrouver dans l'environnement de Visual Basic (VB) adapté à Excel.

L'utilisateur tape alors le corps de la procédure (Subroutine) là où se trouve le curseur :



Les instructions suivantes mettent dans une cellule nommée mamoyenne la moyenne des ruptures de stocks obtenue pour un nombre d'itérations placé dans la cellule nommée iter. La somme des ruptures d'une simulation annuelle est stockée dans la cellule nommée rupture

```
Sub itération()
REM TOTAL EST UNE VARIABLE LOCALE CONTENANT LA SOMME DES
RUPTURES
Dim total As Long
total = 0
Application.Calculation = xlCalculationManual
For i = 1 To Range("iter").Value
Application.Calculate
total = total + Range("rupture").Value
Next i
Range("mamoyenne").Value = total / Range("iter").Value
Application.Calculation = xlCalculationAutomatic
    End Sub
```

Quelques remarques sur ce programme :

Les instructions commençant par Rem sont des commentaires non exécutés. Le langage est un langage "objet", ici les objets que nous manipulons sont des zones de cellules.
Range("iter") désigne la zone de cellules ayant pour nom iter. Dans notre exemple cette zone ne contient qu'une seule cellule, nous pouvons alors avoir accès à sa valeur par la propriété Value (propriété en lecture, écriture).

Remarque : Si l'on voulait conserver les résultats de toutes les années simulées pour obtenir différentes statistiques, il suffirait par exemple de définir une zone suffisamment grande nommée résultat et d'utiliser la procédure suivante :

```
Sub iteration2()
Rem conserve dans résultat toutes les ruptures
Application.Calculation = xlCalculationManual
For i = 1 To Range("iter").Value
Application.Calculate
Range("résultat").Cells(i, 1).Value = i
Range("résultat").Cells(i, 2).Value = Range("rupture").Value
Next i
Application.Calculation = xlCalculationAutomatic
End Sub
```

Ici Range("résultat") est une zone contenant deux colonnes et plusieurs lignes pour accéder à une cellule particulière, on utilise la propriété Cells(i,j) qui désigne la cellule se trouvant à la ième ligne et jème colonne à partir du coin supérieur gauche de la zone.
Il est aussi possible, après avoir calculé certaines caractéristiques de l'échantillon obtenu (la moyenne par exemple) précédemment, d'écrire une macro permettant de tester différents niveaux de commande. La cellule contenant la moyenne est appelle mamoyenne, comme dans le premier cas. En pratique il serait judicieux de garder aussi un indicateur sur le stock moyen, car en augmentant le niveau de commandes on diminue les ruptures mais on gonfle les stocks Sans détailler les instructions, nous donnons ici la procédure permettant d'obtenir ce résultat, il est laissé au lecteur le soin de modifier la procédure pour stocker aussi le niveau moyen de stocks :

```
Sub compare()
Const commande_min = 550, commande_max = 850, pas = 50
Rem initialisation de la commande
Range("Commande").Value = commande_min
For i = 1 To (commande_max - commande_min) / pas + 1
Rem on appelle l'iteration
itération
Rem On stocke les resultats
Range("Titre").Cells(1, i) = Range("Commande")
Range("Rupmoy").Cells(1, i) = Range("mamoyenne")
Rem on peut se passer de préciser .valeur
Rem augmenter le niveau de commande
Range("Commande") = Range("Commande") + pas
Next i
End Sub
```

Conclusion

Il est assez simple avec Excel de faire de la simulation probabiliste, la plupart du temps l'utilisation des tables est très suffisante, pour les modèles plus important en taille et où les recalculs sont longs, les itérations peuvent être utilisées, si l'on ne veut pas « programmer ».
Les macros offrent bien sur plus de souplesse et, pour qui veut bien investir dans le langage de programmation, permet de construire des modèles plus professionnels.
Signalons enfin qu'il existe aussi des addins permettant de réaliser des simulations sans toujours bien comprendre ce qui est fait, ces addins permettent le tirage au hasard et les itérations sans que l'utilisateur n'interviennent autrement que par un choix de menu.