Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Département de Statistique et Informatique

Année Universitaire 2012/2013
Filière : Sciences Éco. & Gestion
Semestre : Deuxième (S2)
Module : Méthodes Quantitatives 2

Contrôle final de Statistique Descriptive II
(Durée : 1 heure 30 min)

Exercice 1 :

On considère les ventes trimestrielles d'un produit depuis 3 ans (Ventes en milliers d'unités) :

Trimestres / Années	1	2	3	4
2010	75	90	85	90
2011	79	95	88	92
2012	76	97	89	91

On suppose que le modèle, de la série chronologique en question, est multiplicatif.

1) Calculer les moyennes mobiles de longueur 3.
2) Calculer les indices saisonniers pour chaque trimestre.
3) Déterminer la variation résiduelle.
4) Appliquer la méthode exponentielle de lissage avec θ=0,75.
5) Déterminer la tendance de cette série en utilisant la méthode des moindres carrées.
6) Donner une prévision des ventes pendant le premier trimestre de 2013.
7) Étudier la qualité de ce modèle en calculant le coefficient de corrélation linéaire. Conclure.

Exercice 2 :

Le tableau suivant donne les prix et les quantités de trois produits A, B et C pour les années 2008 et 2012 :

Produits	2008		2012	
	Prix	Quantités	Prix	Quantités
A	11	400	14	500
B	20	1200	25	1500
C	45,50	300	60	450

1) Donner la formule et calculer l'indice de Laspeyres des prix (dans le cas de l'indice des moyennes) pour l'année 2012 et en prenant l'année 2008 comme année de base. Interpréter le résultat.
2) Donner la formule et calculer les indices de Paasche des quantités (dans le cas de l'indice des moyennes) pour l'année 2012 et en prenant l'année 2008 comme année de base. Interpréter le résultat et conclure.

Bonne chance !

Sujet n° 1

Ex. 1

1)

Trimestres / Années	1	2	3	4
2010	75	90	85	90
2011	79	95	88	92
2012	76	97	89	91

Dates	Y_t	MM.3	$\frac{Y_t}{MM3}$
1	75	—	—
2	90	83,33	1,08
3	85	88,33	0,962
4	90	84,67	1,063
5	79	88	0,898
6	95	87,33	1,088
7	88	91,67	0,96
8	92	85,33	1,078
9	76	88,33	0,86
10	97	87,33	1,111
11	89	92,33	0,963
12	91	—	—

1

1

2°) Indices saisonniers :

Trimestres / Années	1	2	3	4	
2010	—	1,08	0,962	1,063	1
2011	0,898	1,088	0,96	1,078	
2012	0,86	1,111	0,963	—	Total
Moyennes	0,879	1,093	0,962	1,07	4,004
Indices saisonniers	0,878	1,092	0,961	1,069	1

3°) Variation résiduelle :

Trimestres / Années	1	2	3	4	
2010	—	0,989	1,001	0,994	1
2011	1,023	0,996	0,999	1,008	
2012	0,979	1,017	1,002	—	1

4°) Lissage exponentielle avec $\theta = 0{,}75$

On note X_t = série chronologique lissée exponentiellement à la date t

et Y_t étant la série chronologique en étude à la date t.

La Formule est : $X_t = \theta Y_t + (1-\theta) X_{t-1}$ pour $t \geq 2$

$$X_1 = Y_1$$

Dates	Y_t	$X_t = 0{,}75 Y_t + 0{,}25 X_{t-1}$
1	75	$\boxed{75}$
2	90	$0{,}75 \times 90 + 0{,}25 \times 75 = \boxed{86{,}25}$
3	85	$0{,}75 \times 85 + 0{,}25 \times 86{,}25 = \boxed{85{,}3125}$
4	90	$0{,}75 \times 90 + 0{,}25 \times 85{,}3125 = \boxed{88{,}83}$
5	79	$0{,}75 \times 79 + 0{,}25 \times 88{,}83 = \boxed{81{,}46}$
6	95	$0{,}75 \times 95 + 0{,}25 \times 81{,}46 = \boxed{91{,}615}$
7	88	$0{,}75 \times 88 + 0{,}25 \times 91{,}615 = \boxed{88{,}904}$
8	92	$0{,}75 \times 92 + 0{,}25 \times 88{,}904 = \boxed{91{,}226}$
9	76	$0{,}75 \times 76 + 0{,}25 \times 91{,}226 = \boxed{79{,}8065}$
10	97	$0{,}75 \times 97 + 0{,}25 \times 79{,}8065 = \boxed{92{,}702}$
11	89	$0{,}75 \times 89 + 0{,}25 \times 92{,}702 = \boxed{89{,}9255}$
12	91	$0{,}75 \times 91 + 0{,}25 \times 89{,}9255 = \boxed{90{,}731}$

1

1

5°) Détermination de la tendance à l'aide de la méthode des moindres carrées :

t	Y_t	tY_t	t^2	Y_t^2
1	75	75	1	5625
2	90	180	4	8100
3	85	255	9	7225
4	90	360	16	8100
5	79	395	25	6241
6	95	570	36	9025
7	88	616	49	7744
8	92	736	64	8464
9	76	684	81	5776
10	97	970	100	9409
11	89	979	121	7921
12	91	1092	144	8281
78	1047	6912	650	91911

$$\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum Y_t = \frac{1047}{12} = 87{,}25$$

$$\bar{t} = \frac{78}{12} = 6{,}5$$

$$Y_t = at + b$$

avec $a = \dfrac{Cov(Y_t, t)}{Var(t)}$ et $b = \bar{Y}_t - a\bar{t}$

$$a = \frac{\sum tY_t - \bar{Y}\sum t}{\sum t^2 - \bar{t}\sum t} = \frac{6912 - (87{,}25 \times 78)}{650 - (6{,}5 \times 78)}$$

$$a = \frac{6912 - 6805{,}5}{650 - 507} = \frac{106{,}5}{143} = 0{,}745 \quad 1$$

$$b = 87{,}25 - (0{,}745 \times 6{,}5) = 87{,}25 - 4{,}8425 = 82{,}41 \quad 1$$

Donc la droite cherchée est :

$$\boxed{Y_t = 0{,}745\, t + 82{,}41}$$

6°) Prévision pour le premier semestre de 2013 :

$t = 13 \Rightarrow Y_t = 0{,}745 \times 13 + 82{,}41$ 1,5

$\Rightarrow Y_t = 9{,}685 + 82{,}41 = 92{,}095$

ou encore $\hat{Y}_t = 92{,}095 \times S_{13} = 92{,}095 \times 0{,}878 = \boxed{80{,}859}$

7°) Qualité de la représentation à l'aide de la corrélation linéaire : 0,5

$$r = \frac{\text{cov}(t,Y)}{\sigma(t)\,\sigma(Y)} = \frac{106{,}5}{\sqrt{143} \cdot \sqrt{\Sigma Y^2 - \bar{Y}\Sigma Y}}$$

$$= \frac{106{,}5}{11{,}96 \times \sqrt{91911 - (87{,}25 \times 1047)}}$$

$$= \frac{106{,}5}{11{,}96 \times \sqrt{91911 - 91350{,}75}}$$

$$= \frac{106{,}5}{11{,}96 \times \sqrt{560{,}25}}$$

$$= \frac{106{,}5}{11{,}96 \times 23{,}67} = \frac{106{,}5}{283{,}0932}$$ 1,5

$\boxed{r = 0{,}376}$ faible, mauvaise représentation 0,5

Ex. 2 Nombres indices

1°) $$L_p = \frac{\sum Q_0 P_t}{\sum Q_0 P_0} \times 100$$

Formule de Laspeyres des prix (cas de l'indice des moyennes).

$$L_p = L_{2012/2008}(\text{prix}) = \frac{\sum Q_{2008} P_{2012}}{\sum Q_{2008} P_{2008}} \times 100$$

$$L_p = \frac{53600}{42050} \times 100 = 127,47$$

le résultat signifie qu'on dépense 127,47 DH en 2012 pour se procurer les mêmes quantités de produits qui coûtaient 100 DH en 2008 c'est-à-dire que l'augmentation entre ces deux années a été de 27,47 %

2°)

$$P_Q = \frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_t Q_0} \times 100$$

Formules de Paasche des quantités (cas de l'indice des moyennes)

$$P_Q = \frac{\sum P_{2012} Q_{2012}}{\sum P_{2012} Q_{2008}} \times 100$$

$$= \frac{71500}{53600} \times 100$$

$$= 133,39$$

le résultat signifie que entre l'année 2008 et 2012 il y avait une augmentation des quantités consommées de 33,39 %.

Bien sûr cette augmentation des quantités consommées a été accompagnée par une augmentation des prix déjà vue en 1°).