Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Département de Statistique et Informatique

Année Universitaire : 2013/2014
LEF «Sciences économique et Gestion»
Module : Méthodes Quantitatives III

Session d'Automne (Semestre 3)
Rattrapage d'Algèbre I
<u>Durée : 1heure 30min</u>

<u>Problème n°1 :</u> (6 points)

On sait que $\mathcal{M}_3(IR)$ l'ensemble des matrices carrées d'ordre 3, à coefficients réels, muni de l'addition des matrices et de la multiplication externe d'une matrice par un réel, est un espace vectoriel réel.

1. Montrer que l'ensemble $A = \left\{ M(a,b) = \begin{pmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{pmatrix} / a,b \in IR \right\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_3(IR)$.
2. Déterminer un système générateur de A.
3. Montrer que ce système générateur de A trouvé est libre.
4. Déterminer une base de A. Quelle est la dimension de A ?

<u>Problème n°2 :</u> (7 points)

Soit le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} -x + y - z = -2 \\ 2x - 2y - 2z = 4 \\ 3x - 7y - z = 10 \end{cases}$$

1. Donner l'écriture matricielle de ce système sous la forme $MX=K$ avec M est une matrice à déterminer, X le vecteur des inconnues et K le vecteur des termes constants de droite.
2. La matrice M trouvée est-elle inversible ? (Justifier votre réponse)
3. Si cette matrice est inversible calculer son inverse M^{-1}.
4. Résoudre ce système par la méthode matricielle.

<u>Problème n°3 :</u> (7 points)

1. Montrer que la matrice B suivante est diagonalisable et donner ses valeurs propres et les vecteurs propres associés :

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Donner la matrice diagonale D semblable à B et la matrice de passage P.

Bon courage !